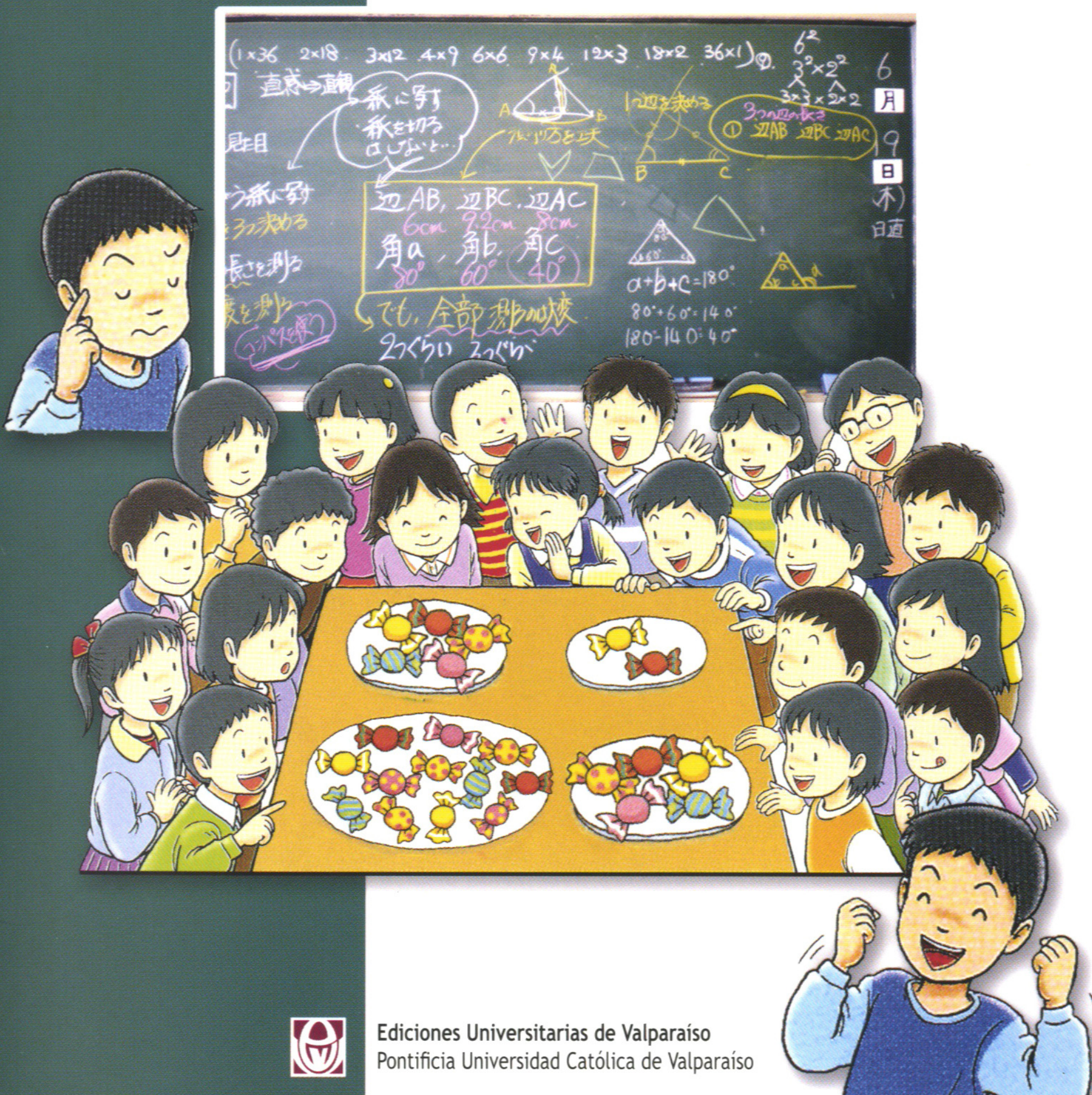
El Enfoque de Resolución de Problemas : en la enseñanza de la matemática
a partir del estudio de clases
Masami Isoda, Raimundo Olfos

El Enfoque de Resolución de Problemas

EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A PARTIR DEL ESTUDIO DE CLASES

Masami Isoda y Raimundo Olfos



Ediciones Universitarias de Valparaíso
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

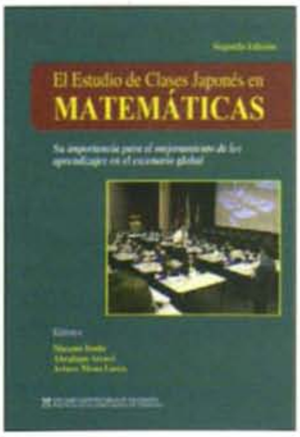
Valparaíso : Ediciones Universitarias de Valparaíso, 2009
ISBN : 9789561704497

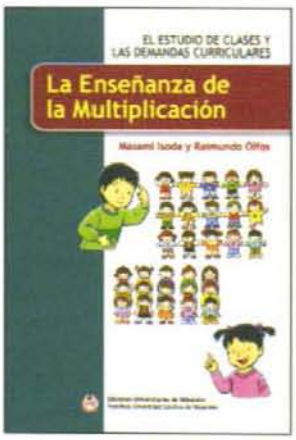
El **Estudio de Clases** se originó en Japón a fines del siglo XIX. Los problemas de final abierto en matemáticas se estudian en Japón ya a inicios de siglo XX. En la década de 1980, se dio a conocer el Estudio de Clases en los EE.UU. en el área de la Educación Matemática a través de un estudio comparativo sobre ***enseñanza de la resolución de problemas***, proyecto dirigido por Tatsuto Miwa (Universidad de Tsukuba) y Jerry Becker (Southern Illinois University). En cada año de ese proyecto, más de 20 investigadores de ambos países se visitaron y observaron la forma de abordar la resolución de problemas en cada país. Todo esto antes de que se expandiera el movimiento del Estudio de Clases en EE.UU. en los años 90.

Desde la década de los 90, numerosos países no desarrollados y otros en vías de desarrollo han importado el Estudio de Clases directamente desde Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional JICA (Isoda, Mena y Arcavi, 2008), y así cada año más países se involucran en este movimiento global (White y Lim, 2008).

El Proyecto Estudio de Clases APEC, realizado en el marco del Foro de Cooperación Económica de Asia Pacífico, dirigido por Masami Isoda y Maitree Inprasitha, en el que actualmente participan 21 economías, es el único que integra movimientos de Estudio de Clases en el mundo (http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/). En Chile, la difusión del Estudio de Clases se ha sostenido en las iniciativas del Ministerio de Educación y varias universidades.

OTROS TÍTULOS DE ESTA SERIE





El Enfoque de Resolución de Problemas : en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases
Masami Isoda, Raimundo Olfos. Valparaíso : Ediciones Universitarias de Valparaíso, 2009

EL ENFOQUE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A PARTIR DEL ESTUDIO DE CLASES

MASAMI ISODA
Tsukuba

RAIMUNDO OLFOS
Valparaíso

2009

EDICIONES UNIVERSITARIAS DE VALPARAÍSO
PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATÓLICA DE VALPARAÍSO

El Enfoque de Resolución de Problemas : en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases
Masami Isoda, Raimundo Olfos. Valparaíso : Ediciones Universitarias de Valparaíso, 2009

Inscripción N° 183.733

ISBN 978-956-17-0449-7

Ediciones Universitarias de Valparaíso
de la Universidad Católica de Valparaíso
Calle 12 de Febrero 187, Valparaíso
Fono (32) 227 3087 - Fax (32) 227 3429
E.mail: euvsa@ucv.cl
Web: www.euv.cl

Diseño Gráfico: Guido Olivares S.
Asistente de Diseño: Mauricio Guerra P.
Asistente de Diagramación: Alejandra Larraín R.
Corrección de Pruebas: Osvaldo Oliva P.

Impresión Libra, Valparaíso

HECHO EN CHILE

PRÓLOGO

Es sorprendente cómo el Estudio de Clases logra tanta aceptación por parte de los profesores y educadores matemáticos. Este encanto se ha dado en los últimos años en países hispanohablantes como Chile y México, y en la mayoría de las 21 economías adheridas a la APEC[1]. Ya desde el primer momento, hacia 1986, cuando Becker y Miwa dieron a conocer en Occidente el desarrollo del estilo de clases centrado en la resolución de problemas a partir del Estudio de Clases[2], estas genuinas ideas japonesas fueron alabadas.

Este libro, interpretando los lineamientos de los creadores originarios y manteniendo el espíritu adaptativo presente en toda cultura, muestra la enseñanza de la matemática escolar desde una perspectiva integradora, profundizando de manera innovadora en los aspectos pedagógicos y de manera ejemplar en la dimensión escolar del conocimiento matemático. Las propuestas de enseñanza aquí desarrolladas son mostradas como ejemplos a partir de relatos lo más fidedignos posibles, con el fin de iluminar la reflexión de los profesores en torno a las formas de enriquecer su quehacer profesional.

Este libro se centra en las reflexiones acerca del Estudio de Clases y de la Enseñanza de la Matemática sobre la base de la Resolución de Problemas. En lo medular se desarrollan contenidos propios del pensamiento matemático escolar y su transformación conforme a las tendencias internacionales y a la tradición de la enseñanza de la matemática escolar en Japón.

Los capítulos dedicados a la exploración de los contenidos conceptuales y

---

[1] El sitio http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/ contiene valioso material del más amplio proyecto de expansión del Estudio de Clases en el mundo, liderado por Masami Isoda y Maitree Inprasitha.

[2] The U.S.-Japan Seminar on Mathematical Problem Solving (Honolulu, Hawaii, July 14-18, 1986).

procedimentales del conocimiento matemático escolar, no sólo ofrecen un enfoque teórico para analizar la calidad de las prácticas de enseñanza actuales, sino que brindan a los docentes un marco conceptual para transformar la calidad y la eficiencia de sus prácticas de enseñanza en el marco de la investigación acción. Las secciones dedicadas al uso de la pizarra y a la evaluación como proceso dejan clarísimo el rol del docente como profesional reflexivo.

El libro es acompañado por un DVD que contiene los videos de una secuencia de tres clases de gran calidad, con comentarios y edición separada de los episodios principales de estas clases en una secuencia de video-clips, facilitando la reflexión sobre la enseñanza.

Tenemos en nuestras manos la primera versión de un manual inédito en el mundo hispano, a partir del cual impactar de manera radical el desarrollo pedagógico matemático de los docentes de primaria.

AGRADECIMIENTOS

Nuestros reconocimientos a los Ministerios de Educación y de Relaciones Exteriores de Japón y de Chile, a la Agencia de Cooperación Internacional de Japón, al Centro para la Investigación en el Desarrollo Educacional en Cooperación Internacional de la Universidad de Tsukuba y al Instituto de Matemáticas de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, por darnos la oportunidad de llevar adelante esta producción conjunta.

Agradecimientos a Soledad Estrella, Hiroki Hayashi e Hiromi Miyacoshi por las transcripciones de videos y preparación de los videoclips; a los profesores Takao Seiyama, Kozo Tsubota, Yasuhiro Hosomizu y Shimizu Shizumi por compartir sus producciones sobre la enseñanza bajo el enfoque de resolución de problemas en el marco del Estudio de Clases; a los estudiantes de Taller en Educación Matemática de la PUCV 2009, Mauricio, Antonio y Daniel, por compartir los borradores, a los estudiantes del programa de Magíster en Educación Matemática de la Universidad de Tsukuba, a Naoko Negami, por las transcripciones; a Trinidad Olfos por los dibujos de las pizarras; al grupo de profesores de Estudio de Clases de Quilpué, Andrea Vergara, Gonzalo Durán y Natalia Piña en la preparación de los capítulos sobre el Plan de la Unidad, el Plan de la Clase y la Preparación de la Clase; a Hernán Gallardo y a Nadine Stuard por su adhesión al Estudio de Clases; a Ediciones Universitarias de Valparaíso y Guido Olivares por el diseño editorial.

A los investigadores que contribuyen a la difusión del estudio de clases y nos convierten en varias secciones más en editores que autores de este volumen: en particular Miwa, Fernández y Yoshida, Wang Iverson, Shizumi y Tashiro.

ÍNDICE DE MATERIAS

CAPÍTULO ONCE

CAPÍTULO DOCE

CAPÍTULO TRECE

CAPÍTULO CATORCE

INTRODUCCIÓN

Este libro ha sido preparado para profesores de aula inquietos que valoran el aprendizaje cooperativo, ha sido pensado como manual para grupos de docentes autodidactas creativos que se inician en el Estudio de Clases y para la implementación de un curso formal de Estudio de Clases en la formación inicial o formación continua del profesorado. En fin, el libro está disponible para avanzar en el desarrollo profesional docente, y particularmente para el mejoramiento de la enseñanza y de los aprendizajes escolares en matemáticas en los países hispanohablantes.

Quisiéramos que la matemática escolar sea una aventura intelectual, una construcción sociocognitiva y una herramienta para el progreso de los pueblos. Quisiéramos que los niños y los profesores disfruten en sus clases, aprendan los unos con los otros y entre ellos contribuyan al enriquecimiento de la matemática escolar en nuestra civilización.

El lector no requiere seguir una lectura secuencial lineal. De hecho el libro ha sido pensado desde una perspectiva más psicológica que desde un ordenamiento lógico de los contenidos. Tras un avistamiento a la globalidad, rápidamente los capítulos se sumergen en la problemática de lo enseñable: los valores en la enseñanza, el problema de la clase, el desafío matemático cognitivo, la interacción entre pares, las fases de la clase, el plan de la clase, la preparación de la clase, el uso de los materiales, la utilización de la pizarra y el plan de la Unidad. Se entra en tres oportunidades a la revisión de los videos de clases y video-clips del DVD adjunto. En fin, se ofrece un libro flexible para el desarrollo profesional docente ante los escasos tiempos que el profesor dispone para el enriquecimiento de sus prácticas, yendo de lo particular a lo general y más de una vez en sentido contrario.

Este volumen contiene narraciones detalladas que en momentos no interesará leer, pero que llegado el momento en que el lector se pregunte cómo preparar un proyecto institucional centrado en el Estudio de Clases, o cómo preparar una clase específica, le será de particular interés volver a esas líneas pasadas por alto en una lectura global.

Cada capítulo está estructurado en 3 o más secciones y se inicia con una introducción al mismo. Se trata de secciones relativamente independientes, a veces ejemplos que entran en la neuralgia de la didáctica de la matemática y otras veces cuestiones netamente pedagógicas, todas ellas de interés para la formación y desarrollo profesional docente.

El lector irá sorteando secciones y entrando en la reflexión profunda de otras. Un particular desafío ofrecen los capítulos teóricos 7 y 11 sobre la articulación de la enseñanza centrada en lo conceptual y lo procedimental, y el capítulo 10, en apariencia elemental, sobre el uso de la pizarra, temas desafiantes tanto desde una perspectiva teórica como práctica.

Con el propósito de dar al lector independencia en la lectura de los capítulos, las secciones del libro siguen la sugerencia del "pegado con engrudo", con traslapos, y no con cinta adhesiva, en el sentido de que algunas ideas se repiten para retomarlas en otros contextos en otras secciones. Es en este espírtu que se ofrecen introducciones y referencias bibliográficas independientes en cada capítulo.

Este libro se articula con el libro "El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas" (Isoda, Arcavi y Mena, 2007) y "La Enseñanza de la Multiplicación" (Isoda y Olfos, 2009). Los tres libros tienen una meta común, favorecer el desarrollo humano con el enriquecimiento de la formación docente y la matemática escolar.

Valparaíso, Septiembre 2, 2009

CAPÍTULO 1

Introducción al Estudio de Clases

El capítulo da orientaciones para llevar adelante el Estudio de Clases en el marco de la formación continua de los profesores. Presenta las principales actividades involucradas en el Estudio de Clases, como la planificación colectiva, la implementación de la clase en la cotidianeidad de la escuela, su observación y análisis. El capítulo señala diversas implicancias del Estudio de Clases en el mejoramiento de la enseñanza y los aprendizajes, el alcance de este impacto por medio de la clase pública y los desafíos que involucra una implementación bien hecha.

En este capítulo se profundiza en el genuino significado de la implementación del Estudio de Clases en matemáticas, su importancia institucional y su distinción con el significado de la implementación del estilo de clase de matemáticas japonesa. Se finaliza dando a conocer la existencia de grupos docentes en distintas localidades del mundo que practican el Estudio de Clases.

Para la elaboración de este capítulo ha sido de gran apoyo el libro de Isoda et al. (2007).

Temas:

1. ¿Qué es el Estudio de Clases, jyugyo kenkyu?
2. ¿Qué significa implementar jyugyo kenkyu?
3. Ejemplos de implementación del Estudio de Clases

1. ¿QUÉ ES EL ESTUDIO DE CLASES, JYUGYO KENKYU?

El Estudio de Clases puede entenderse como una modalidad de desarrollo profesional docente, conducida por los propios profesores de una o varias escuelas o liceos, que hace más de 130 años forma parte de las prácticas de los docentes en las escuelas japonesas para el mejoramiento de la enseñanza de las matemáticas (White y Lim, 2008). Actualmente esta modalidad de perfeccionamiento docente ha ganado reconocimiento internacional en virtud de su impacto en el desarrollo de la calidad de la enseñanza y en los resultados de aprendizaje de los alumnos.

La idea del Estudio de Clases es simple: un reducido grupo de docentes planifica una clase, uno o dos docentes implementan la clase con sus alumnos, la clase es observada y analizada en público. En la preparación de la clase a estudiar, los profesores diseñan en detalle las actividades de la clase: preparan preguntas para orientar a sus alumnos en la búsqueda de regularidades, la formulación de conjeturas y lo que ellos determinen como relevante en el fluir de la clase a implementar: vincular contenidos, justificar procedimientos, encontrar caminos de solución a problemas. Las clases, lejos de obedecer a una improvisación, constituyen un escenario de trabajo matemático colectivo en el que los alumnos participan espontáneamente y el profesor conduce sigilosamente hacia el logro de los aprendizajes previstos para la sesión. En el intertanto de la preparación y la reflexión tras la implementación de la clase, el docente vivencia una oportunidad de desarrollo profesional desafiante que le incita y le da oportunidades para su desarrollo profesional docente. En el marco de esta forma de desarrollo profesional, los profesores en Japón aprenden de la experiencia colectiva: generan, acumulan y comparten conocimiento con sus pares. El desarrollo profesional de los docentes en Japón ha pasado a ser una práctica investigativa guiada por relaciones de reciprocidad, generando un espacio de conversación profesional en cada una de las acciones que se desarrollan. Cuestión que para varios autores (Hashimoto, Tsubota, e Ikeda, 2003; Lewis y Tsuchida, 1997; Stigler y Hiebert, 1999) explica el sostenido mejoramiento de la calidad de la enseñanza de la matemática en Japón. Esta modalidad de desarrollo profesional se aplica actualmente en Singapur, Estados Unidos y muchos otros países.

A modo de sinopsis, diremos que el Estudio de Clases se lleva adelante por medio de una serie de acciones coordinadas por un grupo de estudio:

- Ubicar una lección en el plan de una unidad para un nivel escolar acordado y preparar en detalle una clase para su implementación.
- Atender a la realización de la clase, eventualmente con público, conducida por uno de los docentes del grupo.
- Reflexionar en torno a la clase, eventualmente en público, y plantear adecuaciones a la misma.

Al finalizar este proceso, se incluye, en la medida de lo posible, una segunda implementación de la clase por otro docente del grupo con otro curso. Es usual que el grupo genere un documento que da cuenta de la experiencia.

Una característica peculiar de este proceso es que la planificación de la clase a estudiar (kyozai kenkyu) se realiza de manera colectiva, involucrando una serie de tareas y desafíos:

- La selección de los aprendizajes que se espera evidenciar en la clase
- La identificación de habilidades y disposiciones a poner en juego en la clase, que sean de interés fomentar en todos los estudiantes a lo largo de su escolaridad, como lo son el razonamiento matemático y las competencias comunicativas, por ejemplo, y
- La preparación del plan de la clase, la cual involucra una serie de tareas, cuya identificación se hará separadamente.

En efecto, la preparación del plan de clases implica al menos las siguientes cinco desafiantes tareas:

- Descripción de las situaciones matemáticas en contexto a tratar en la clase.
- Caracterización de las tareas asignadas a los alumnos y al docente para los

distintos momentos que constituirán la clase.

- Delimitación temporal y organizacional de los momentos de la clase.
- Anticipación de los comportamientos y producciones de los alumnos.
- Preparación de las eventuales intervenciones del docente para conducir la clase hacia la meta propuesta; y
- Selección y preparación de los materiales y medios para la clase.

La realización de la clase (kenkyu jyugyo) se lleva a efecto en uno de los cursos atendidos por un profesor del grupo, esto es, mientras uno de los profesores que participó en la planificación conduce la clase, los demás profesores que participaron en la planificación observan el desarrollo de la clase.

La observación y análisis de la clase (jyugyo kentoukai) es parte del proceso formativo del grupo de profesores que está realizando el Estudio de Clases, siendo también una instancia de aprendizaje para otros docentes y público que asista a la realización de la clase.

Los principales criterios a tener en mente en la observación, análisis y discusión de la clase son:

- Constatación del funcionamiento de las situaciones de aprendizaje propuestas a los alumnos como medios para generar oportunidades de aprendizaje; constatación de evidencias de logros de aprendizaje en los alumnos según previsiones y constatación del nivel de ajuste de las interacciones en el aula a los principios pedagógicos y didácticos que orientan los objetivos fundamentales de la disciplina y los objetivos transversales del currículo; y
- Grado de ajuste de la evolución de la clase y de la gestión pedagógica al plan o libreto de la clase como instrumento para facilitar el aprendizaje de los estudiantes.

El Estudio de Clases puede ser realizado por un grupo de profesores de una escuela o liceo, o por profesores de más escuelas de una comuna o sector, según afinidad o proximidad. Además, el estudio puede enriquecerse con la participación de especialistas que jueguen el rol de asesores. Así es como en Japón administradores de escuelas y distritos invitan a especialistas en educación matemática para apoyar los procesos de Estudios de Clases durante varios años. El aporte del invitado es útil para los propósitos de proveer una perspectiva distinta a la lección, aportar información sobre el contenido matemático, ya sean nuevas ideas o antecedentes de una reforma, y para compartir el trabajo con otros grupos que realizan Estudio de Clases.

Como producto del análisis de una clase ya realizada, el grupo de estudio propone sugerencias para mejorar el plan de la clase y la gestión pedagógica. Ello se profundiza eventualmente tras la realización de la clase en una segunda oportunidad por otro miembro del grupo con otro curso. El plan de la Unidad, el plan de la clase y una transcripción selectiva de los análisis y de elementos de interés para los docentes pasan a constituir un documento escrito como parte de la memoria del grupo que queda a disposición de sus pares o para su publicación.

El impacto del Estudio de Clases es atenible desde distintas perspectivas:

- En los conocimientos de los profesores acerca de:
  - Conceptos de la disciplina y de la enseñanza de los mismos.
  - Aspectos pedagógicos para la enseñanza.
  - Capacidad para observar producciones de alumnos en clases
  - Conexión de la práctica diaria con objetivos de largo plazo
- En los profesores de la comunidad escolar:
  - Motivación para mejorar el trabajo docente.
  - Relaciones entre colegas en la lógica de la colaboración.
  - Proyección del trabajo de Estudio de Clases a la escuela en su totalidad.
  - Sentido de evaluación y rendición de cuenta como práctica compartida.

Cuando las tareas emprendidas por el grupo de estudio adquieren sentido para una comunidad más amplia de profesores, el grupo proyecta la realización de una Clase Pública. Esta Clase se desarrolla ante un grupo de profesores que no participó en el proceso de planificación de la clase. Si bien, no todas las escuelas en Japón implementan Clases Públicas, existe esta instancia Abierta de Estudio de Clases que facilita la colaboración entre establecimientos para el Estudio de Clases. Las Clases Públicas que se realizan en algunas escuelas abren la discusión sobre la organización de las actividades de enseñanza con profesores visitantes (docentes, directores y supervisores) de otras escuelas y/o comunidades o países. En el marco de una jornada de Clases Públicas, se distribuyen los planes de las clases a las visitas en un cuadernillo que describe brevemente los lineamientos de la escuela y los planes de unidad en que se encuentran insertas las clases que se realizan durante la jornada. El invitado o supervisor externo también participa en estas clases que pasan a constituirse en verdaderos eventos.

Secuencia de la Clase Pública:

- El desarrollo de la clase es observado por un público que no participó en la elaboración del plan de clases.
- Al término de la clase el profesor explica los objetivos de la clase y da razones de sus opciones pedagógicas.
- El público hace preguntas al profesor que desarrolló la clase y al grupo de profesores que participó en la elaboración del plan de clases, y plantea sus opiniones respecto a lo observado.

La clase es presentada al público, no como una clase a imitar, sino como una clase en la cual se muestran elementos que son nuevos o interesantes para los observadores. Estas clases abren un espacio para el estudio, para el análisis, para el aprendizaje, para el desarrollo profesional.

La implementación del Estudio de Clases en una comunidad o sistema educativo involucra requerimientos que se constituyen en sendos desafíos, a saber:

- Disponibilidad de tiempo de los profesores para las reuniones de estudio y la observación de la clase planificada.
- Develado, y probablemente modificación, de las concepciones de los profesores sobre la disciplina y su enseñanza; como también, de sus apreciaciones hacia la enseñanza como una práctica pública.

2. ¿QUÉ SIGNIFICA IMPLEMENTAR JYUGYO KENKYU?

La implementación efectiva de jyugyo kenkyu en países hispanohablantes, por ejemplo, está asociada a varios desafíos, entre ellos: (1) el desarrollo del conocimiento matemático de los profesores, (2) la provisión de coherencia y un enfoque conciso y secuencial a los textos escolares, (3) el desarrollo de una perspectiva instruccional efectiva en matemáticas, y (4) una política que fomente aprendizajes profundos en los estudiantes y no básicamente resultados en los tests.

Surgimiento del interés en jyugyo kenkyu

El interés internacional por el Estudio de Clases se ha atribuido a la siguiente sucesión de eventos (Lewis y Perry, 2006; Takahashi, 2006): toma de conciencia de la información arrojada por las publicaciones del Tercer Estudio Internacional de Matemáticas y Ciencias (TIMSS), primero, a finales de 1996, y luego en 1999 con la publicación del estudio de videos de clases de matemáticas en octavo grado representativas de Alemania, Japón, y los Estados Unidos (Departamento de Educación de EE.UU., 1999) y la publicación del libro "The Teaching Gap" (Stigler y Hiebert, 1999).

En el contexto del estudio de los videos de clases se preguntó a los profesores de los EE.UU., antes de ser grabados, si estaban familiarizados con los *Estándares profesionales para la enseñanza de las matemáticas* del NCTM (Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas), lanzadas en 1991, y si creían que estaban aplicando estos estándares en sus clases. La respuesta fue "sí" a ambas preguntas. Sin embargo, el análisis de las clases grabadas reveló que eran las clases japonesas, y no las clases de los EE.UU., las que mejor representaban los estándares consultados (Departamento de Educación EE.UU., 1999).

Los vídeos capturaron la atención de los educadores, quienes se preguntaban cómo los profesores japoneses adquirían sus habilidades de enseñanza. Una respuesta fue sugerida por Stigler y Hiebert en "The Teaching Gap", quienes incluyeron un capítulo sobre el Estudio de Clases, extractado de la disertación doctoral de Makoto Yoshida, que más adelante fuera publicada por Fernández y Yoshida (2002).

Aunque no fueron nombrados explícitamente los componentes del Estudio de Clases en el libro de Stigler y Hiebert, estos componentes fueron descritos en detalle en la investigación que con anterioridad realizara Harold Stevenson, examinando clases de matemáticas de Japón, China, y los Estados Unidos (Stevenson y Stigler, 1991; Stigler y Stevenson, 1992). Los resultados fueron corroborados y precisados en el Proyecto de Estudio de Casos de la Educación realizado en Japón y Alemania, dirigidos por Stevenson y Lee, como parte del programa TIMSS 1995 (Departamento de Educación de EE.UU., 1999).

Otros investigadores también han contribuido a la comprensión del Estudio de Clases, tanto a través de trabajos no directamente conectados con el TIMSS (Lewis y Tsuchida, 1998; Fernández y Yoshida, 2004), como a través de otros que se han construido en el marco del TIMSS (Wang-Iverson y Yoshida, 2005).

Otros investigadores que han identificado las características de la instrucción eficaz (e.g. Hirsch, 1996) han llegado a caracterizaciones similares a la del trabajo asociado al Estudio de Clases. La puesta en práctica del Estudio de Clases en Japón data de 1873, recogiendo ideas occidentales (Isoda, 2006). En los EE.UU. las incursiones masivas en el Estudio de Clases recién están completando la década, aunque ya se conocía antes (Becker y Miwa, 1987).

Malentendido del significado del Estudio de Clases

Aunque en 1995 los vídeos del TIMSS inspiraron a muchos educadores a aprender sobre el Estudio de Clases, ellos también contribuyeron a difundir bajo malentendidos que el Estudio de Clases ayudaría a los profesores a aprender a enseñar de la forma que lo hacen los profesores japoneses (Fernández, en Wang-Iverson y Yoshida, 2005, P. 98) y que habría una manera correcta de instruir a los estudiantes, en desmedro de otras.

Estos vídeos de 1995, representativos de lecciones japonesas, presentaron todos un enfoque de enseñanza basado en resolución de problemas para aprender matemáticas, que llevaron a algunos educadores de EE.UU. a pensar que todas las lecciones japonesas estaban estructuradas bajo este formato. Sin embargo, el examen de los datos del TIMSS reveló que los profesores japoneses utilizaban este formato en menos de la mitad de las clases grabadas en la investigación (el 44%), y que dedicaban una cantidad de tiempo similar a hacer que sus estudiantes practicaran procedimientos rutinarios (Departamento de Educación de EE.UU., 1999).

Los profesores japoneses han estado involucrados en el Estudio de Clases desde 1873, y en ese tiempo, los enfoques de enseñanza han cambiado, sugiriendo que el Estudio de Clases no lleva a ninguna manera particular de enseñanza, sino que sirve como vehículo para que los profesores consigan en colaboración un progreso en la enseñanza y el aprendizaje a partir de una mejor comprensión del aprendizaje del estudiante, del pensamiento y de las subcomprensiones de éste, observándose unos con otros en clases.

Para algunas personas, el Estudio de Clases parece estar asociado no sólo a clases basadas en un problema, sino también a clases centradas en el alumno y clases de naturaleza constructivista, en las cuales se les da libertad a los estudiantes para “explorar” y “descubrir” (Inprasitha, 2006; Lim, 2006; Takahashi, 2006).

Al enfrentarse con el término "centrado en el estudiante", mucha gente evoca la imagen de una sala de clase en la que los estudiantes están sentados en grupos y están trabajando cooperativamente. ¿Pudo esto haber implicado el creer que las clases en las que los profesores están al frente y hablan la mayor parte del tiempo son malas (Lim, 2006)? Tales imágenes mentales de la instrucción eficaz de las matemáticas han creado una tensión entre la clase centrada en el profesor contra una clase centrada en el estudiante. Discusión que podría estar distrayendo a los profesores de centrarse en el aprendizaje de las matemáticas por parte de los estudiantes.

En el TIMSS de 1999, el componente de estudio de vídeo incluyó siete países: Australia, República Checa, Hong Kong, Japón (re-análisis de videos de 1995), Holanda, Suiza, y EE.UU. Seis países fueron seleccionados en base al rendimiento superior de sus estudiantes en matemáticas, en relación a EE.UU. Una de las preguntas planteadas fue si estos países, de mayor rendimiento, exhibían prácticas docentes similares a las de Japón. La respuesta fue un rotundo "no". Las matemáticas de octavo grado de Hong Kong clasifican, en el estudio de video TIMSS 1999, como de lo más "tradicional", con estudiantes pronunciando pocas palabras, mientras el maestro estaba en el frente de la sala hablando la mayor parte del tiempo. Irónicamente, estas lecciones fueron evaluadas en el más alto nivel por un equipo de matemáticos y profesores de matemáticas que analizaron la coherencia de las transcripciones de las lecciones en relación a la lección misma, el nivel de las matemáticas, y el grado de compromiso estudiantil. Lim reportó conclusiones similares. Los mejores resultados aparentemente fueron obtenidos con maestros en el frente de la clase (Lim, 2006).

Un segundo análisis de las clases de matemáticas tras el lanzamiento público de las interpretaciones de los resultados del TIMSS 1999, por parte de los equipos de matemáticos, profesores de matemáticas en ejercicio y profesores practicantes, confirmó la coherencia de las lecciones de Hong Kong (Askey y Wang-Iverson, 2005). El asunto del aprendizaje efectivo de las matemáticas, por lo tanto, no recae en el formato de la clase, sino que de la matemática que los estudiantes tienen oportunidad de aprender en clases.

3. EJEMPLOS DE IMPLEMENTACIÓN DEL ESTUDIO DE CLASES

La implementación del Estudio de Clases en una escuela de Tsuta:

Seleccionando información de carácter etnográfica, Fernández y Yoshida (2004) relatan una experiencia de Estudio de Clases en una escuela de Tsuta, ciudad ubicada al suroeste de Tokio. El relato da a conocer en detalle cómo un grupo de profesores se involucra en el Estudio de Clases, teniendo como objetivo implementar una clase bajo el enfoque de resolución de problemas en su escuela. Los profesores contando con el apoyo de la subdirectora y la experiencia de un externo planearon un cuidadoso programa para estudiar las clases, en el cual se involucraron fuertemente en vista de que ese año escolar, 1993-4, tendrían que ser anfitriones en la realización de Clases Públicas, abiertas a su comunidad.

Tras la experiencia en Estudio de Clases durante el año anterior, el grupo de profesores decidió como meta para el año afianzar en sus estudiantes la habilidad para compartir y evaluar estrategias de solución a problemas. Esa meta se alcanzaría en el contexto de una fase de la clase que identificaron como el momento de "neriage", cuyo significado es pulir, refinar y finalizar por completo.

La palabra *neriage* es usada por los profesores de Japón para referirse a la etapa de la clase en la que los alumnos presentan sus ideas al pleno del curso y discuten para resolver el problema que les ha sido presentado previamente para resolverlo en sus bancos. Uno de los propósitos de esta discusión es que los alumnos identifiquen y entiendan qué es correcto y qué es óptimo en cuanto a las estrategias para resolver el problema. En otras palabras *neriage* es una fase de discusión en la modalidad de plenario, cuyo objeto es pulir la construcción de ideas introducidas por los alumnos en el marco de las ideas que ellos mismos han ofrecido al colectivo, para lograr consenso acerca de una solución óptima. Por sus características *neriage* es un proceso crítico en el estilo de clase japonesa.

Los profesores decidieron que el foco del Estudio de Clases para el año fuera *neriage*, ya que habían notado el año anterior que sus alumnos no habían desarrollado suficientemente destrezas para escuchar, observar y discutir. En particular, los alumnos habían tenido dificultades para la comprensión de soluciones presentadas por otros alumnos y les faltaban las destrezas necesarias para distinguir entre las mejores y las no tan buenas estrategias de solución presentadas durante el transcurso de las lecciones.

La idea de asumir el desafío de implementar el Estudio de Clases tuvo su origen en la conferencia que ofreciera el experimentado Sr. Saeki el 2 de junio 1993, en el marco de las actividades de perfeccionamiento interno en la escuela, quien se refirió a la importancia del perfeccionamiento docente interno en la escuela, a cómo incorporar el estudio entre los profesores en las escuelas y al aprendizaje basado en la resolución de problemas.

Las ideas del Sr. Saeki tomaron forma rápidamente. El primer Estudio de Clases se realizó en la escuela entre el 3 y el 17 de junio del 1993. Durante el año se realizaron 7 estudios de clase, los que atendieron los 3 niveles de primero a sexto grado. En el primer nivel se realizaron 3 estudios. Todos los estudios contemplaron la repetición de la clase en cursos paralelos. Esto es, hubo 14 estudios de clases ese año en la escuela.

El grupo pionero lo constituyeron 5 profesores, quienes tras el Estudio de Clases de junio, continuó con la actividad en octubre y en noviembre de 1993. En esta sección nos basaremos en los relatos de Fernández y Yoshida (2004) para describir el Estudio de Clases realizado por este grupo entre octubre y noviembre de 1993. El grupo se conformó con 2 profesores de primero básico, uno con 11 años de experiencia y el otro sin experiencia, dos de segundo básico, con 21 y 5 años de experiencia respectivamente, y con la subdirectora, con 24 años de experiencia. La subdirectora tenía un alto interés por la educación matemática, incorporándose al trabajo del grupo como un docente más. Ella, entendiendo su rol de apoyo, favoreció la motivación del grupo y se mantuvo en contacto con el señor Saeki, quien estando al tanto de lo que estaba pasando en esa escuela, podía opinar acerca de los procesos en virtud de su experticia en el desarrollo profesional en la práctica.

El grupo decidió estudiar la primera de las 12 lecciones contempladas en la unidad sobre “sustracción”. La lección tenía como propósito introducir en los estudiantes el concepto de sustracción por reagrupación. Las dos profesoras de primero básico planificaban juntas las clases que impartían, los días lunes de 16 a 17 horas. Además, estas profesoras disponían de 1 hora los viernes, de 4 a 5 de la tarde, 3 veces por mes. Como se dieron cuenta que usualmente se pasaban del horario, acordaron no pasar de las 18 horas, para evitar sobredimensionar el trabajo en Estudio de Clases. Se involucraron así en las tareas de planificación, desde el 5 de octubre al 14 de noviembre, implementar y observar, el 15 de noviembre, discutir y revisar del 15 al 17 de noviembre, 3 periodos. Luego, reenseñar y observar el 18 de noviembre, y también volver a discutir.

El planeamiento y la preparación de la clase, que sería el objeto del estudio para el grupo, fue responsabilidad inicial esencialmente de las dos profesoras que iban a enseñar. Ellas hicieron el plan preliminar de la lección entre el 25 y 30 de octubre. Entre esos días, las dos profesoras se reunieron varias veces informalmente a preparar el plan de la lección, en momentos después de clases. En el proceso consultaron muchos recursos, manuales y materiales y planes de lección guardados en años anteriores. Decidieron que una de ellas escribiera el plan, quien dictaría la segunda clase y tenía más experiencia. La idea era que ambas se sintieran involucradas en la lección. Las profesoras dieron la primera versión del plan a los otros miembros del grupo el 30 de octubre.

El 1 y el 5 de noviembre discutieron el plan con el grupo y lo refinaron. El grupo de profesores recibió sugerencias por 30 minutos de otros profesores y del staff de la escuela en una reunión de profesores el 4 de noviembre. Ello sucedió en virtud de que entregaran con anticipación el plan preliminar a sus colegas. No hubo otras reuniones formales hasta el día de la realización de la clase el 15 de noviembre. Pero hubo varias discusiones informales entre las colegas acerca de la lección que se les venía por delante.

En Japón, todos los profesores tienen su propio escritorio y materiales de enseñanza; comparten una sala donde corrigen tareas, sostienen reuniones, descansan y socializan. Los docentes y los expertos argumentan que esta sala facilita el intercambio entre los profesores, lo que pudo constatarse en esta ocasión. Una de las profesoras comentó y discutió a menudo, con una taza de té, sus ideas sobre la lección con sus pares. Aunque las profesoras estaban preocupadas, hacían bromas entre ellas acerca de la lección que se les venía… Disfrutaban el desafío.

El 14 de noviembre revisaron su plan las dos profesoras que harían las clases. Reflexionaron sobre las discusiones formales e informales que habían tenido en la escuela acerca de la lección durante las dos semanas precedentes. Una vez que crearon la segunda versión del plan de clases, llevaron adelante las preparaciones necesarias para que la primera profesora enseñara al día siguiente, mientras sus colegas observarían.

Características de la primera versión del plan de la lección

El plan contempla tres secciones: introducción, descripción de la unidad con 12 sesiones, y la sección acerca de la lección propiamente tal. En la primera versión el plan quedó incompleto.

La introducción contiene los siguientes datos: curso, fecha, hora y nombre de la unidad. Además contiene varios párrafos que describen las características de los estudiantes en clases, sus conocimientos previos, habilidades e intereses, permitiendo estas líneas ayudar a dar la orientación a la lección. El plan menciona que en la primera clase se ofrecerá a los alumnos una situación relacionada con un paseo de curso y que en las clases siguientes deberán resolver problemas de sustracción usando dos métodos.

La segunda sección del plan se refiere a la unidad completa. En este caso se refiere a "la sustracción" y tiene tres sub-secciones. La primera expone los 5 objetivos de la lección, siendo uno de ellos "que los alumnos ganen confianza en sí mismos para restar reagrupando, basando su comprensión en la adición de números de dos dígitos". Luego el plan contempla los temas relacionados con otras unidades y en otros niveles (que en esta versión preliminar, no fue trabajado), y la sub-sección correspondiente al plan de la unidad en un par de páginas, que contempla las 12 lecciones de la unidad.

La tercera sección del plan se refiere específicamente a la lección, haciendo referencia a las dimensiones de la evaluación, los materiales a preparar, el objetivo de la lección y el relato de la lección. En esta versión preliminar no fueron desarrollados los objetivos de la lección ni se establecieron los materiales a utilizar en la lección.

El formato del plan de la lección

El relato o progresión de la lección es el corazón del plan de la lección, el cual se desarrolla usualmente en 4 columnas. La primera columna presenta la explicación de las actividades de aprendizaje, con las preguntas clave que el profesor propone en los diferentes puntos de la lección.

Esta columna también incluye mensajes al profesor para conducir la lección en momentos clave. Esta columna deja ver las cinco fases de la lección: presentación de la situación en que se contextualiza el problema para que los alumnos comprendan el contexto, la presentación del formato del problema para que los alumnos trabajen algunos ejemplos sin que les aparezca el conflicto de la problemática a tratar, la presentación del problema central de la lección en donde aparece la problemática para que los alumnos la enfrenten con su propio entendimiento, la presentación y discusión de las soluciones por parte de los alumnos que permite comparar formas de resolver el problema, y la presentación de la conclusión de la lección que da paso a la siguiente clase.

La segunda columna contiene las reacciones esperadas de los alumnos. Aquí se describen las ideas, respuestas y reacciones que podrían ofrecer los alumnos. Por ejemplo, las distintas estrategias de solución que podrían ofrecer los alumnos al problema. Las estrategias se pueden representar gráficamente, etiquetar y ordenar conforme a su complejidad.

La tercera columna del relato o progresión de la lección registra cómo responder a las posibles ideas y reacciones de los alumnos y provee una lista de los puntos importantes que debe recordar el profesor, por ejemplo, limitaciones o dificultades inherentes a distintos métodos.

La cuarta columna se refiere a la Evaluación. Y contiene comentarios acerca de cómo el profesor puede evaluar el éxito de las distintas fases de la clase. En la versión preliminar no fue trabajada esta columna.

Ante la pregunta, para qué desarrollar una lección con tanto detalle, los profesores dijeron que ello les daba mejor entendimiento de lo que estaban haciendo, que el anticipar las soluciones y cómo reaccionarían los alumnos es una excelente preparación para enseñar una lección. Sentirse preparado ayuda al nerviosismo que experimenta uno como profesor. Ayuda a entender la comprensión que tiene el alumno y el grupo de los conceptos en juego, y prepara al profesor para reaccionar de mejor forma y aprovechar las respuestas de los alumnos para conducir la clase.

El resto de los profesores comentó que un plan detallado era esencial para conducir de manera efectiva la discusión en torno a la lección durante las sesiones de estudio previas a la realización de la clase. La sub-directora apoyó la idea y afirmó que la construcción del plan había sido clave para el éxito del estudio de la clase. Además, puntualizó que ese plan de clases servía como herramienta para comunicarse con otros profesores, grupos o escuelas.

La profesora que hizo el plan comentó que antes de hacer este plan detallado, ella no había reflexionado en profundidad acerca de la manera en que los alumnos aprenden y que ese tipo de plan le daba una oportunidad para pensar en profundidad en ello.

Las apreciaciones de los docentes con respecto al plan de clases se ajustan a las evidencias de que la elaboración de una planificación detallada de la lección lleva a los profesores a enfocarse en aspectos profundos acerca de los modos en que piensan los alumnos, favoreciendo la eficiencia de la clase.

Los grupos de estudio y sus instituciones

El Estudio de Clases se ajusta a marcos institucionales. Usualmente el estudio es llevado adelante en el marco de un plan de trabajo anual por grupos constituidos por cinco o menos docentes de una misma escuela o de escuelas vinculadas por su cercanía geográfica o dependencia administrativa. Los docentes usualmente constituyen grupos o subgrupos, especialmente si están afiliados a programas, proyectos o instituciones muy grandes y enseñan en los mismos o similares niveles, proyectando su impacto a largo plazo. Cada grupo realiza 2 ó 3 ciclos de Estudios de Clases por año, programados de acuerdo a los momentos importantes del año escolar, por ejemplo, efemérides o vacaciones. Los subgrupos se reúnen semanalmente a trabajar en una Jyugyo Kenkyu, con un horario establecido, normalmente, después de la jornada de los alumnos. Lewis, Perry y Murata (2006) hacen notar que los subgrupos trabajan colaborativamente y en torno a un pequeño número de clases.

El tiempo que demanda a los profesores, en promedio, la implementación completa de un ciclo de Estudio de Clases es de 10 a 15 horas en alrededor de 3 ó 4 semanas. Es usual que los grupos o subgrupos mantengan continuidad, pero a la vez se adapten a los contextos de las instituciones en que se realicen. La constitución de grupos de profesores en torno al Estudio de Clases ha mostrado tener continuidad, incluso fuera de Japón. En Estados Unidos, por ejemplo, muchos grupos siguen activos tras 5 ó 6 años de haberse involucrado en estos procesos. En Japón, la tradición tiene más de un siglo y sigue vigente en más del 90% de las escuelas primarias y el 50% de las escuelas secundarias.

Referencias

Askey, R. & Wang-Iverson, P., Eds. (2005) Using TIMSS videos to improve learning of mathematics: A resource guide. Retrieved 11.26.06 from http://www.rbs.org/mathsci/timss/resource_guide/

Becker, J. P., & Miwa, T. (1987). Proceedings of the U.S.-Japan Seminar on Mathematical Problem Solving (Honolulu, Hawaii, July 14-18, 1986). (Collected works -Conference Proceedings No. INT-8514988): Southern Illinois Univ., Carbondale.[JIM81075].

Chicago Lesson Study Group Information is available in WWW. retraived June 10, 2009. http://www.lessonstudygroup.net

Departamento de Educación de EE.UU. (1999). National Center for Education Statistics (February 1999). The TIMSS Videotape Classroom Study: Methods and Findings From an Exploratory Research Project on Eighth-Grade Mathematics Instruction in Germany, Japan, and the United States, (NCES (1999-074), by J.W. Stigler, P. Gonzales, T. Kawanaka, S. Knoll, & A. Serrano. Washington, DC: U.S. Government Printing Office, 1999. Retrieved 11.27.06 from http://nces.ed.gov/pubsearch/pubsinfo.asp?pubid=1999074

Departamento de Educación de EE.UU. (1999). The educational system in the United States: Case study findings by H.W. Stevenson & S.-Y. Lee. National Institute on Student Achievement, Curriculum, and Assessment, Office of Educational Research and Improvement. Washington, DC: U.S. Government Printing Office. Retrieved on 11.27.06 from http://www.ed.gov/pubs/USCaseStudy/index.html

Fernández, C. & Yoshida, M. (2004). Lesson study: A Japanese approach to improving instruction through school-mathematics teaching and learning. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hashimoto, Y., Tsubota, K., & Ikeda, T. (2003). Ima naze jugyou kenkyuu ka [Why lesson study?]. Tokyo: Toyokan. Inprasitha, M. (2006) Open-ended approach and teacher education, Tsukuba Lewis, C., & Tsuchida, I. (1997). Planned educational change in Japan: The shift to student-centered elementary science. Journal of Education Policy, 12(5), 313–331.

Hirsch, E.D., Jr. (1996). Reality's revenge: Research and ideology, American Educator, fall,1996 (Available at: http://www.aft.org/pubs-reports/american_educator/fall96/revenge.html)

Inprasitha, M. (2006). Open-ended approach and teacher education, Tsukuba journal of educational study in mathematics, vol 25: 169-178 (Available at: http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec2006/Tsukuba_Journal_25.pdf)

Isoda, M. (2006). Reflecting on good practices via VTR based on a VTR of Mr. Tanaka's lesson 'How many blocks?', Tsukuba journal of educational study in mathematics, vol25: 181-196 (Disponible en: http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec2006/Tsukuba_Journal_25.pdf)

Isoda, Arcavi y Mena (2007). El Estudio de Clases en Matemáticas. Ediciones Universitarias de Valparaíso. Valparaíso.

Lewis, C. & Perry, R. (2006) Professional development through lesson study: Progress and challenges in the U.S., Tsukuba journal of educational study in mathematics, vol 25: 89- 106 (Disponible en: http://www.criced.tsukuba.

ac.jp/math/apec2006/Tsukuba_Journal_25.pdf)

Lewis, C., Perry, R. y Murata, A. (2006) How Should Research Contribute to Instructional Improvement? The Case of Lesson Study. Educational Researcher, Vol. 35, No. 3, pp. 3–14 Abril, 2006. Recuperado el 10 febrero 2009 de http://www.aera.net/uploadedFiles/Publications/Journals/Educational_Researcher/3503/3592-01_Lewis.pdf

Lewis, C. y Tsuchida, I. (1998). A lesson is like a swiftly flowing river: Research lessons and the improvement of Japanese education. American Education (Winter), 14-17 & 50-52.

Lim, C. S. (2006). In search of good practice and innovation in mathematics teaching and learning: A Malaysian perspective, Tsukuba journal of educational study in mathematics, vol 25: 203-219 (Available at: http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec2006/Tsukuba_Journal_25.pdf).

Navarro S. (2009). Coordinación de grupos para el aprendizaje. En contexto de implementación de la estrategia de Estudio de Clases, en la Escuela. Presentación Power Point CPEIP. MINEDUC.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Summit Books.

Stevenson, H.W. & Stigler, J.W. (1992). The learning gap: Why our schools are failing and what we can learn from Japanese and Chinese education. New York: Touchstone. Stigler, J. & Stevenson, H. (1991), How Asian teachers polish each lesson to perfection, American Educator, spring, 1991.

Takahashi, A. (2006). Characteristics of Japanese mathematics lessons, Tsukuba journal of educational study in mathematics, vol. 25: 37-44 (Available at: http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec2006/Tsukuba_Journal_25.pdf)

Wang-Iverson, P. (2006). Developing mathematical thinking through lesson study: Overcoming barriers to effective implementation. APEC Conference on mathematical thinking in lesson study. Tokyo/Sapporo December 2006. recuperada el 10 Febrero 2009 de http://www.apecneted.org/resources/files/12_5-7_06_9_Wang-Iverson.pdf

Wang-Iverson, P., & Yoshida, M. (2005). Building our understanding of lesson study. Philadelphia: Research for Better Schools.

White A., y Lim, C. (2008). Lesson study in Asia Pacific classrooms: local responses to a global movement. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 2008; 40 (6) pp. 915-926.

Yoshida, M., & Fernández, C. (2005). Lesson Study: A Japanese Approach to Improving Mathematics Teaching and Learning. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

CAPÍTULO 2

Descripción y relevancia del Estudio de Clases

El presente capítulo fija la atención en tres aspectos centrales sobre el Estudio de Clases. Primero, profundiza en su significado y utilidad. En este sentido, se declara que el Estudio de Clases, en la tradición japonesa, es una forma de trabajo docente que mejora la enseñanza favoreciendo el desarrollo de las habilidades del docente, de los procesos en el aula y de las guías curriculares. En segundo lugar se plantea la interrogante del porqué el Estudio de Clases, es decir, qué peculiaridades tiene el Estudio de Clases que amerita su difusión. En este sentido, la respuesta se sustenta en el éxito de Japón y otros países del Medio Este asiático en las mediciones internacionales de educación matemática, TIMSS y PISA; se cita las recomendaciones de la OECD y APEC, y se comenta la difusión internacional (detalles en Isoda, Arcavi y Mena, 2007). Por último, el capítulo hace una descripción analítica del Estudio de Clases, identificando sus fases o partes constitutivas, explicando la forma en que éstas son llevadas adelante. El capítulo describe algunas variaciones del Estudio de Clases y su interacción con la evolución de los sistemas educativos, particularmente en cuanto a atender las tendencias internacionales en Educación Matemática.

Temas:

1. ¿Qué es el Estudio de Clases y para qué sirve?
2. Las fases del Estudio de Clases
3. Relevancia interna e impacto externo del Estudio de Clases

1. ¿QUÉ ES EL ESTUDIO DE CLASES? ¿PARA QUÉ SIRVE?

El Estudio de Clases es una actividad que favorece el mejoramiento de las capacidades para enseñar de los profesores participantes; además de impactar positivamente en los aprendizajes de los alumnos, en la profesionalización docente y en la calidad de la enseñanza y del currículo en la localidad en que se realiza.

Así, el Estudio de Clases puede llegar a constituirse en una forma eficiente de mejorar la calidad de los aprendizajes de los alumnos, atendiendo a las metas cambiantes y ambiciosas del currículo de los distintos países. De hecho, el Estudio de Clases, Jyugyo Kenkyu, como proceso de desarrollo profesional ha llevado a mejorar la efectividad de las prácticas docentes en Japón y existen evidencias de que es aplicable a otras culturas. En Estados Unidos, por ejemplo, algunos establecimientos han implementado por ya una década el Estudio de Clases y disponen de evidencias del impacto positivo en sus profesores y en los resultados de los alumnos en pruebas normalizadas.

Desde una perspectiva más teórica, el Estudio de Clases se entiende como investigación sobre la práctica. En los países Occidentales, la forma usual de investigar para orientar la innovación de la enseñanza se sustenta preferentemente en la teoría en desmedro de la práctica; esto es, se investiga en el marco de una lógica de causalidad lineal y no del tipo interaccionista o dialéctica. Usualmente los investigadores en Occidente, en vez de enfrentarse a la globalidad del fenómeno educativo, atienden aspectos atomizados y descontextualizados, generándose un abismo entre los resultados obtenidos en los estudios teóricos y la incorporación de hallazgos de investigación en la práctica educativa cotidiana. Este enfoque tradicional de investigación, de carácter lineal y lejano de la complejidad de la práctica instruccional es indiscutiblemente sobrepasado por el Estudio de Clases, puesto que en este último son los mismos profesores quienes reflexionando sobre sus prácticas juegan el rol de investigadores en la acción con un alto nivel de autonomía y creatividad, para atender las problemáticas que les son propias.

En el estilo de desarrollo profesional japonés, los profesores aprenden de la experiencia colectiva: generan, acumulan y comparten conocimiento con sus pares. El desarrollo profesional de los docentes en Japón comienza con las preguntas que ellos o el medio les plantea. Así, el proceso de investigación y a la vez de innovación es conducido por los mismos actores del sistema. La comunicación se da entre los profesores, con relaciones de reciprocidad. La práctica misma es investigación. Cuestión que para varios autores (Hashimoto, Tsubota, e Ikeda, 2003; Lewis y Tsuchida, 1997; Stigler y Hiebert, 1999) explica el sostenido mejoramiento de la enseñanza de la matemática en Japón.

Desde una perspectiva práctica, el Estudio de Clases es una forma para mejorar la enseñanza. En las escuelas japonesas, el Estudio de Clases es una actividad profesional dirigida a una meta educativa específica claramente declarada. Para su implementación, los profesores seleccionan una meta de largo aliento, la cual permea cada una de las clases que conforman la unidad de enseñanza en que se van a involucrar. Un ejemplo de meta de largo aliento para el año es "cultivar las conductas autónomas y de vida por medio del desarrollo de la salud y el esfuerzo físico".

Una escuela generalmente trabaja sobre la misma meta de largo aliento y una misma área de contenido por 3 a 4 años. Cada año la meta de largo aliento del Estudio de Clases es refinada en la medida que el entendimiento de esa meta en que se involucró el grupo da buenos resultados con la implementación y reflexión a través del Estudio de Clases. Para cada lección a estudiar, los profesores seleccionan objetivos específicos y en base a ellos continúan en el Estudio de Clases.

Si bien en Japón, el Estudio de Clases tiene una nutrida trayectoria en la formación continua del profesorado, recién en los últimos 10 años se ha reconocido su valor en Occidente. Es emblemático en este sentido el libro de Fernández y Yoshida (2004), citado en el capítulo anterior. A ese testimonio, basado en el seguimiento de un grupo de profesores de una escuela en Tsuta que se anima a implementar el Estudio de Clases, volveremos nuevamente y en más de una oportunidad a lo largo de este libro.

Otro libro selecto y de especial relevancia para los investigadores en educación matemática corresponde a "El Estudio de Clases Japonés en Matemáticas" (Isoda, Arcavi y Mena, 2007). Este libro, además de constituirse en el primer libro editado en español sobre el tema, pone su foco en la dimensión histórica y evolutiva del Estudio de Clases, con lo cual ofrece una mirada curricular que va más allá del acontecer en el aula. Si por un lado, el libro de Fernández y Yoshida ofrece una clara imagen, a modo ejemplar, de lo que puede llegar a ser el Estudio de Clases para un grupo de profesores de una escuela, por otro lado, el libro editado por Isoda, Arcavi y Mena permite entender el gran alcance y la relevancia que podría llegar a tener el desarrollo del Estudio de Clases para una nación. El primer capítulo de este libro, por ejemplo, dedica más de 70 páginas a explicar el Estudio de Clases en el contexto del sistema educativo japonés, proveyendo antecedentes del tema poco difundidos hasta el momento en Occidente.

2. LAS FASES DEL ESTUDIO DE CLASES

En esta sección se ofrecen algunas precisiones en relación a cómo se realiza el Estudio de Clases. Se describe el Estudio de Clases como un proceso cíclico, en el cual se distinguen las fases de preparación, implementación y retroalimentación.

El Estudio de Clases es un proceso cíclico centrado en la reflexión y la acción. Se distinguen en él el proceso de preparación de la clase, el momento de implementación y el de la discusión evaluativa inmediata, para dar paso a un eventual siguiente ciclo.

El proceso de Estudio de Clases se inicia con la Preparación de la clase. Por tratarse de un trabajo colaborativo, los integrantes del grupo comparten y distribuyen las tareas, asumiendo roles diferenciados y complementarios. La preparación de la clase es un proceso de transformación de un proyecto curricular, establecido en la guía curricular (programas de estudio o marco curricular nacional) o en los libros de texto, en un proyecto que será implementado con alumnos de una escuela en el corto plazo. Este proceso es un verdadero trabajo colaborativo en el que un grupo de maestros se auto-designa tareas, se proyecta y retroalimenta al compartir sus ideas, experiencias, productos y expectativas. El proceso comienza con la provisión de metas y revisión de contenidos, luego se diseña la lección teniendo presente los conocimientos adquiridos por los alumnos y sus necesidades de aprendizaje. En seguida, se continúa con la selección de los materiales para su eventual uso en la clase.

La segunda fase, hito del Estudio de Clases, corresponde a la realización de la clase: Un profesor asume la tarea de implementar la clase con su curso, mientras el resto del grupo, en la medida de lo posible asiste como observador no participante a la clase. Antes de iniciar la clase se distribuye a los colegas observadores el plan de la clase, de modo que tengan una idea de los objetivos de la clase, entiendan las predicciones que el profesor pone en juego, y puedan reflexionar en torno a la gestión, la interacción y los aprendizajes teniendo como referente el plan. En ocasiones se suman a la observación supervisores escolares, directivos y otras personas interesadas en el estudio de clases

La sesión de revisión con los pares observadores es el cierre del subciclo y a la vez la apertura al siguiente subciclo del proceso. Momentos después de la clase, en la medida que las condiciones lo permitan, el grupo de observadores se reúne a analizar la clase, con el objeto de afinarla y compartir los hallazgos o aspectos críticos de la misma. Surgen frases como "en tal momento quizás el profesor pudo hacer esto en vez de esto otro", "cuando ocurrió esto, pudo hacerse esto", "¿qué habría sucedido si esto se hubiese hecho en vez de lo acaecido? Las opiniones de todos los profesores observadores son de interés para el grupo y especialmente para el profesor que realizó la clase. Con el tiempo, la tradición en Japón ha instaurado formatos relativamente estándar en relación a la manera de llevar adelante las interacciones y al foco de las mismas, donde prima el respeto al otro, en un marco de horizontalidad profesional. En esta sesión de revisión que sigue a la clase, el instructor, docente que realizó la clase, hace un breve preámbulo y explica el propósito de la clase, sobre la base del plan de enseñanza distribuido de antemano. Explica cuestiones como las decisiones tomadas durante la clase y los criterios que utilizó para la selección de los materiales pedagógicos. También, puede hacer referencia a las características o status de los alumnos, de acuerdo a cada etapa de la clase y a los propósitos por los cuales se eligió el problema y el contexto en el cual se desarrolla la clase. Luego, les corresponde tomar la palabra al par de profesores que más se involucró en la preparación de la clase u a otro integrante del grupo de estudio. Posteriormente, los docentes observadores de la clase pública, teniendo en cuenta su propia experiencia pedagógica, formulan comentarios y preguntas acerca de la clase: sobre las dificultades suscitadas a los alumnos en la clase, el rol formativo asumido por el profesor durante la gestión, la relevancia de las interacciones entre el profesor y los alumnos, la pertinencia de los materiales, entre otros temas.

El propósito de esta sesión de revisión es explorar las maneras de mejorar la clase analizando cualquier disparidad entre los objetivos planteados y las interacciones que se dieron en el aula para su logro. Esto es, se reflexiona entre la predicción que se hace a través del plan de clases y lo que verdaderamente sucede en el aula. Cabe hacer notar la peculiaridad de este proceso de reflexión con pares externos en cuanto a suscitar la aparición de nuevos problemas o temas que no habían sido advertidos inicialmente o durante la clase y que dan pistas para su mejor comprensión y robustecimiento.

El Estudio de Clases como proceso cíclico

El Estudio de Clases usualmente es llevado adelante por un grupo de 3 ó 4 profesores o grupos de más profesores que trabajan en grupos pequeños.

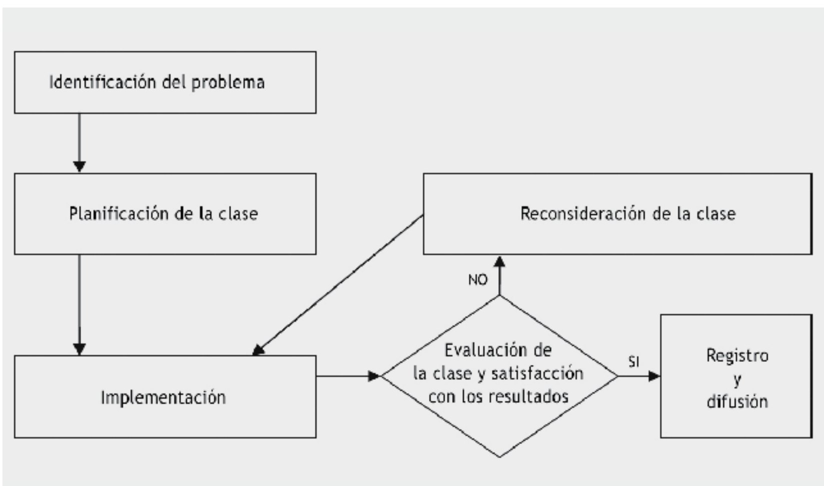


Figura 2.1: Ciclo Estudio de Clases

Estos grupos se involucran en un trabajo colaborativo que incluye un conjunto de actividades que tiende a ser cíclico. La primera fase consiste en la definición del problema a tratar. Puede tratarse, por ejemplo, de un tema de enseñanza problemático, de la necesidad de desarrollar una actitud o bien un valor matemático en los alumnos. La segunda fase es de planeamiento y preparación en detalle de una clase a implementar con un curso en unas semanas más adelante. La tercera fase es la realización de la clase por parte de uno de los profesores del grupo, mientras los otros integrantes observan la clase y toman registros atendiendo al plan de clase elaborado en las fases previas.

Es usual que la clase se realice en el marco de las actividades cotidianas de la escuela, ajustada a la unidad de enseñanza en curso y a los horarios de clase establecidos. Aunque en algunas oportunidades esta clase se hace pública y en ella participan otros agentes, llegando incluso a configurarse un verdadero escenario en un teatro con más de 1000 espectadores, básicamente profesores o estudiantes de pedagogía que van a aprender nuevas formas de enseñar.

La cuarta etapa es una instancia de reflexión en la que usualmente el grupo discute el logro de los objetivos de la clase, a veces esta etapa es pública y se transforma en un panel con espectadores, que también tienen la posibilidad de comentar. Esta fase de reflexión se constituye en una retroalimentación que conduce a una quinta fase de afinamiento de la lección y eventualmente, otra vez, a las fases de implementación y reflexión, lo que es opcional pero recomendado. La segunda implementación, sexta fase, la realiza otro profesor del grupo con un segundo curso, mientras es observado por sus pares. Tras las reflexiones finales, séptima clase, se discuten los resultados, octava fase, pudiendo llevar incluso a una publicación del estudio en una revista para profesores. El tiempo promedio para la realización de estas fases puede ser de 10 a 15 horas en alrededor de 3 ó 4 semanas a unas 30 horas en el lapso de un trimestre escolar.

El Estudio de Clases en imágenes

Con el objeto de ofrecer al lector una imagen concreta, pero en todo caso particular, acerca del funcionamiento del Estudio de Clases, se presentan cuatro pares de fotografías que dan una imagen de las tres fases principales del ciclo: el momento de la preparación (Figura 2), el de la puesta en escena (Figuras 3 y 4) y el de la retroalimentacion (Figura 5). Podemos imaginar el inicio del Estudio de Clases, como se aprecia en las fotos de la Figura 2, a un par de profesores reflexionando sobre el planeamiento y ejecución de una clase que han de poner en escena con sus alumnos. Esta actividad es usual al interior de las escuelas y tiene como propósito central el desarrollo profesional de estos docentes y de la calidad de la enseñanza que imparten en su institución.

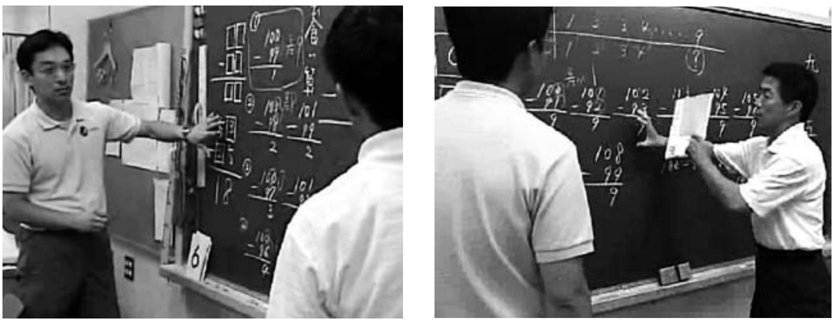


Figura 2.2: Preparación de la clase

Otra imagen del Estudio de Clases, corresponde a la de un profesor llevando adelante una clase de matemáticas mientras es observado por varios profesores. En este caso la imágenes corresponden a una Clase Pública, es decir, a una clase abierta a profesores de otras escuelas. El lector podrá notar que la clase se está realizando en una sala de clases común, por lo que los profesores observadores están muy cerca de los alumnos.

Figura 2.3: Implementación de la clase

Este episodio de la implementación de la clase presenta una componente emotiva de envergadura, en la que se involucran fuertemente tanto los profesores que participaron en la preparación como la escuela como organización social y por supuesto los alumnos como actores. En esta fase el profesor que realiza la clase pone a prueba las ideas e hipótesis que el grupo de docentes, como investigadores en la acción, han preparado para la ocasión. Las siguientes dos imágenes de la Figura 4 corresponden a dos momentos de la clase. En la imagen de la izquierda dos alumnos discuten acerca de lo que han pensado sobre el problema que les presentó el profesor. En la foto de la derecha, una alumna explica a todo el curso y por ende a los espectadores,su manera de proceder ante el problema, ofreciendo una estrategia de solución personal al mismo.

Figura 2.4: Interacción de alumnos durante la implementación de la clase

Otro hito en el Estudio de Clases es el momento de discusión que se desarrolla usualmente inmediatamente realizada la clase. Esta discusión pública a veces se realiza en torno a un grupo reducido, en la sala de profesores o recinto similar, en la cual participan el grupo de profesores involucrado en la preparación de la clase y unos pocos observadores, a veces un invitado, ya sea un supervisor o un par o especialista de otra escuela o Universidad.

Este acontecimiento, la discusión inmediatamente después de la clase, forma parte de la fase de discusión del ciclo del Estudio de Clases, la cual se puede prolongar por algunas sesiones de trabajo privado por parte del grupo de estudio. En este caso las imágenes muestran a un profesor en un gran teatro en donde se dispuso una pizarra y bancos para alumnos en frente de las butacas. En la foto de la izquierda de la Figura 5, se aprecia a los alumnos retirándose del salón, ya terminada la clase pública. En la foto de la derecha, de la Figura 5 de la página siguiente, se aprecia al profesor argumentando en respuesta a las preguntas que emergen del público.

Figura 2.5: Discusión acerca de la clase

Aunque no se aprecia en la foto, el momento de discusión se hace a modo de panel, en el cual se privilegia la opinión de 2 ó 3 personas que han sido convocadas para ello con anticipación y han tenido la oportunidad de ver la clase.

La clase pública y su discusión, como se observa en las distintas fotos, a veces se hace dentro y a veces fuera del aula y fuera de los horarios de clases usuales. Las clases públicas a veces llegan a ser eventos masivos, a los cuales acuden docentes de distintas localidades del Japón e incluso de fuera del país, en el marco de sus actividades de perfeccionamiento docente. El estudio de clases y en ese marco, la clase pública, es de alto interés para un gran número personas, incluyendo profesores, supervisores, directores, investigadores, estudiantes de pedagogía y apoderados de los alumnos entre otros.

La clase pública es en cierto sentido una disgresión, o expansión, del Estudio de Clases, pero igualmente forma parte de éste y en lo medular, sigue constituyendo parte de un proceso de investigación en la práctica, como también, un momento de aprendizaje, tanto para los observadores, como para el grupo que diseñó la clase, y los alumnos involucrados.

3. RELEVANCIA INTERNA E IMPACTO EXTERNO DEL ESTUDIO DE CLASES

Es posible vislumbrar un doble propósito en el Estudio de Clases, un rol interno y otro externo, que afecta incluso su formato de presentación: ubicando el Estudio de Clases en una perspectiva más amplia, de carácter institucional y de largo plazo.

El Estudio de Clases comparte principios y técnicas de la investigación acción e investigación participante, y atiende con convicción los criterios centrales de validez interna de la investigación cualitativa. Sin embargo, más allá de los propósitos locales de los estudios cualitativos, el Estudio de Clases impacta en la práctica fuera de las aulas en que se experimenta, influyendo incluso en la formación docente, la elaboración de textos y la innovación curricular. Este valor agregado del Estudio de Clases justifica el surgimiento de variaciones o modalidades distintas de Estudio de Clases, dando cabida, por ejemplo, a la clase pública demostrativa.

De hecho, se han desarrollado distintos formatos o modalidades de Estudio de Clases. Unos formatos tienden más a la indagación local y otros tienden más a la difusión de los hallazgos del estudio. El Estudio de Clases que lleva adelante, un par de veces al año, un grupo reducido de 3 a 4 profesores de cursos paralelos o niveles cercanos al interior de una escuela usualmente tiene por objetivo el crecimiento profesional y mejoramiento de la enseñanza al interior de la escuela. En cambio, el trabajo que llevan adelante grupos de docentes investigadores de reconocida calidad, usualmente ligados a las universidades formadoras de profesores o a las prefecturas (municipios), congrega el interés de muchos profesores en torno a las clases demostrativas de carácter innovador. Las clases públicas de estos profesores son clases demostrativas, que tienen por objetivo, en paralelo, la investigación de la enseñanza y la difusión de sus hallazgos.

El Estudio de Clases es una modalidad de investigación ligada al desarrollo profesional docente. Y si bien, el grupo de 3 ó 4 profesores que participa en la investigación comparte el interés por mejorar su enseñanza al interior de la escuela, por lo general está abierto a compartir los procesos y hallazgos con agentes externos. A veces, en ciertas fases del proceso, se integran al estudio supervisores, educadores con experticias singulares, otros docentes, estudiantes e incluso espectadores, como por ejemplo apoderados de los estudiantes, ampliando por ende su impacto al exterior.

El Estudio de Clases, como se ha mencionado, responde a múltiples propósitos, los cuales usualmente están ligados a los fines de las instituciones que le dan soporte. Según los propósitos del estudio se configuran las fases del proceso. La realización de una clase pública fuera de los horarios de los estudiantes y la realización del panel tras la clase, que probablemente se aleja del historial de los alumnos de la escuela en que se realiza el estudio, son dos ejemplos de estas modificaciones. Si el estudio está orientado a impactar en la innovación curricular, en la elaboración de textos, en la formación inicial de profesores o en la formación continua de profesores externos al grupo de investigación, entonces se incorporarán de manera esporádica otros agentes en el proceso de estudio, ya sea en una clase pública o en el proceso mismo de preparación o discusión de la lección.

La clase pública

En Japón, es usual que los profesores en servicio, como también los estudiantes de pedagogía, asistan a la exhibición de una clase o clase demostrativa (Kenkyu Jyugyo o clase a investigar) y a su posterior análisis y debate (como una forma de realizar Jyugyo Kenkyu, o Estudio de Clases). Para los neófitos, el Estudio de Clases puede llegar a identificarse con este evento, alcanzando una comprensión reducida del verdadero trasfondo del Estudio de Clases.

Si bien la clase pública también contribuye al aprendizaje de los alumnos, al mejoramiento de la enseñanza y desarrollo profesional de los docentes investigadores que la implementan, paralelamente, la clase pública es un evento en el que una comunidad de educadores comparte una innovación de la enseñanza, respaldado por un plan de clases que expone en detalle las expectativas para la clase.

Detrás del evento público, que involucra una gestión compleja y una preparación laboriosa, continúa presente el espíritu de investigación científico. En la implementación de la clase pública, los alumnos son desafiados a aprender o, al menos, a mostrar un comportamiento conforme a las predicciones de una clase de tipo “developmental” establecida a priori en un plan de clases, públicamente conocido. Como proceso de investigación en la clase pública se pone a prueba la hipótesis de que el profesor logrará que los alumnos muestren ciertos comportamientos y actitudes. De manera simultánea, la clase pública es producción de nuevos conocimientos pedagógicos y didácticos en los espectadores y es difusión de la innovación en la enseñanza.

Un proceso completo de Estudio de Clases puede llegar a tener una duración de varios meses, involucrando a un grupo de profesores que se congrega semanalmente para producir una clase interesante, una lección, en el marco de una unidad de enseñanza. Por su lado, la clase pública es un hito del Estudio de Clases que puede beneficiar a un gran número de docentes, constituyéndose ésta en un subproducto o valor agregado del Estudio de Clases.

Referencias

Fernández, C., & Yoshida, M. (2004). Lesson Study: A case of a Japanese approach to improving instruction through school-mathematics teaching and learning. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Hashimoto, Y., Tsubota, K., & Ikeda, T. (2003). Ima naze jugyou kenkyuu ka [Now, why lesson study?]. Tokyo: Toyokan.

Isoda, M.; Arcavi, A. y Mena, A. (2007), eds. El Estudio de Clases Japonés en matematicas. Ediciones Universitarias de Valparaíso, Valparaíso.

Lewis, C., & Tsuchida, I. (1997). Planned educational change in Japan: The shift to student-centered elementary science. Journal of Education Policy, 12(5), 313–331.

Stigler, J. W., & Hiebert, J. (1999). The teaching gap: Best ideas from the world's teachers for improving education in the classroom. New York: Summit Books.

Wang-Iverson, P. & Yoshida, M., Eds. (2005). Building our understanding of lesson study.Philadelphia: Research for Better Schools.

CAPÍTULO 3

Objetivos de la enseñanza de la matemática elemental. Un enfoque multidimensional

Es realmente sorprendente constatar cómo la organización de la enseñanza de la matemática en Japón ha sabido combinar los objetivos de largo y corto plazo y las distintas dimensiones de los aprendizajes: conceptual, procedimental y actitudinal. El presente capítulo tiene como objeto hacer reflexionar al lector en los valores de la matemática escolar y en la multidimensionalidad de los objetivos de aprendizaje de la matemática escolar, haciendo notar la dependencia de estos objetivos a los valores de la cultura en que se elaboran. El capítulo finaliza con la identificación de tendencias internacionales, los objetivos de la enseñanza de la matemática en Japón y en Chile, por último con la presentación del modelo de valores de Bishop.

Temas:

1. Dimensiones formativa e informativa de los objetivos de enseñanza de la matemática escolar
2. Los objetivos de la enseñanza de la matemática, reflejo de un marco de valores culturales
3. Modelo de valores de la enseñanza de la matemática

1. DIMENSIONES FORMATIVA E INFORMATIVA DE LOS OBJETIVOS DE ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA ESCOLAR

El principal criterio empleado en el Estudio de Clases para juzgar la calidad de una clase es la congruencia entre el funcionamiento de la clase observada y los objetivos propuestos para ella en el plan de clases. Los objetivos de la clase se refieren a los aprendizajes esperados de los alumnos y ello está en estrecha relación con los objetivos de la matemática como componente del currículo escolar.

Las respuestas a cuál es el objetivo de la enseñanza de la matemática en la escuela y de la clase en particular, son del más alto interés para los profesores y educadores involucrados en el Estudio de Clases y los tienen en cuenta en la elaboración del plan de clases y en el rediseño del curriculum. Las distintas respuestas, si bien tienen matices diferentes en cada época y cultura, siempre han coincidido en que la matemática escolar tiene un valor formativo y otro informativo. La dimensión informativa se refiere a la transmisión cultural de los contenidos matemáticos que ha privilegiado la sociedad y sirven como modelo para describir, controlar o predecir variados aspectos de la realidad. Por ejemplo, los números y sus operaciones, los objetos y relaciones geométricas, las representaciones algebraicas, estadísticas y probabilísticas son contenidos que típicamente se estudian en las escuelas.

La dimensión formativa se refiere a los tipos de pensamiento y actitudes que se desea desarrollar en los alumnos y que requieren poner en juego durante las actividades asociadas al estudio de las matemáticas. Se trata de formas de pensar y actuar útiles para el trabajo científico y la resolución de problemas prácticos en la vida usando o creando matemáticas. Un ejemplo lo constituye la inferencia deductiva, que considera los procesos de ejemplificación, los contraejemplos, el modus Ponens y el modus Tollens. En el plano inductivo se tiene la formulación de conjeturas y la argumentación. Otras formas de pensamiento se refieren al pensamiento crítico, la reflexión epistemológica, y el pensamiento simbólico o semiosis. Entre las actitudes, cabe considerar por ejemplo la perseverancia en la resolución de problemas, y la precisión y la consistencia en la elaboración de respuestas.

Reflexión 1:

El Profesor Shimizu de la Universidad de Tsukuba presentó en un curso para profesores chilenos (Enero, 2008), un plan de clases, del cual fueron extraídos los antecedentes siguientes:

Plan de acción Suma de ángulos interiores de un polígono 5to grado.

Tabla 3.1: Del plan de clases del profesor Shimizu

Objetivos	**Problema (Actividades)**	**Punto de vista de evaluación**
1. Buscar la regla de los 3 ángulos del triángulo y entender que la suma de ellos es 180º	*(problema)* *Investigar los tres ángulos de triángulo de varias maneras* *(actividad)* *Cubrir el suelo con los triángulos congruentes.*	(INTERES) Tener interés en la suma de los 3 ángulos del triángulo (observación) (PENSAMIENTO) Aclarar la razón de que la suma de ángulos interiores del triángulo es 180º. (presentación, cuaderno) (ENTENDIMIENTO) Entender que la suma de ángulos interiores del triángulo es 180º (presentación, cuaderno, observación).
2. A partir de la regla de la suma de los ángulos interiores del triángulo, puede encontrar la suma de los ángulos interiores del cuadriláter**o**	*(problema)* *Aprovechando que la suma de los ángulos interiores del triángulo es 180 grados, resolvamos problemas de ángulos.* *(actividad) Utilizando la regla de los ángulos interiores del triángulo, encontrar el ángulo desconocido*	Utilizando que la suma de ángulos interiores del triángulo es 180º, pensar en los ángulos del cuadrilátero. (presentación, hoja).

Pregunta:

¿Qué dimensiones reconoce usted en los criterios de evaluación propuestos por el profesor Shimizu? (Nota: Existen cuatro categorías en los estándares de evaluación en Japón: Actitud, Pensamiento matemático, Representación y Comprensión).

Reflexión 2:

Lea el diálogo siguiente, o escúchelo en el video-clip 6 de la clase 1 del profesor Seiyama, contenida en el DVD adjunto:

P: ¿Quién quiere más tiempo? Muy bien. Les doy más tiempo.

A: (Niña) Quiero decir “¡Ah, ya lo encontré!”

P: Muy bien, sigamos adelante. Faltan 10 minutos para terminar la clase. ¿Podrían resumir sus ideas? ¿Están listos?

P: Observen bien los papeles en blanco, arriba y abajo. Es una pista para encontrar nuevas expresiones. ¿De cuál vamos a hacer? ¿De la de abajo? (El profesor señala la hilera de esquemas en papel puestos en la pizarra).

P: Bueno, digámoslo todos juntos. Constatemos si todos dicen la misma expresión. Uno, dos y…

A: (los alumnos simultáneamente) ¡3x120!

P: Bien, 3x120. ¿Por qué 3x120? Les pregunto la razón…

A: (Niño) El número de la multiplicación...

P: ¿Cómo? ¿Cuál es? ¿Cómo le llama a ese número?

A: (Niños) Multiplicando.

A: (Niño) Se divide el multiplicando entre 2.

P: Se divide el multiplicando entre 2. ¿O sea, este 6?

A: (Niño) Y el otro lado multiplica por 2.

P: ¿Otro lado? ¿Cómo se dice?

A: (Niños) el multiplicador.

P: El multiplicador, ¿qué hace?

A: (Niño) Multiplica por 2.

Pregunta 1:

¿Cuál es el énfasis del episodio, formativo o informativo? ¿Diría usted que hay un equilibrio? Discútalo.

Figura 3.1: El profesor conduce la clase con participación de los alumnos

Pregunta 2:

Considere la pregunta anterior para el siguiente video-clip 8, minuto 38:45 de la clase 1 del profesor Seiyama, contenida en el DVD adjunto.

En esta escena, los alumnos discuten cómo ubicar en forma rectangular 360 personas en butacas en un teatro.

A1 (alumno sale a la pizarra): (¡No! ¡No quiero ser asesino!) En caso de 7,5 hay que cortar un hombre en la mitad, así ... (hace la mímica de cortarse).

A1 (alumno toma asiento, todos ríen):

A2 (alumno saliendo a la pizarra): Si escribo 7,5 aquí, la regla aplicada hasta aquí, desaparece).

P: ¿Desaparece la regla?

A3 En caso de la expresión no hay problema. Pero en caso del esquema, hay que cortar las personas a la mitad. Entonces no está bien.

A4 (niña comenta): Como ahora él dice, según esta regla, 7.5 es un poco raro.

P (habiendo sonado el timbre de término de clase): Ya es hora de terminar.

P: Bueno, al final, quiero decir algo.

P: Kosuke dice todo divide entre 2. Y en este caso la respuesta es 7.5. Aunque todavía no hemos aprendido cómo se calcula.

P: Cuando maneja los números, no hay problema. Pero en nuestro caso, tratamos con seres humanos.

P: En caso de expresarlo con personas, 7 personas y la mitad de una persona... No se puede cortar una persona.

A2 (niño sale a la pizarra): Hasta la séptima columna, se pueden sentar 48 personas en una fila. Y en la octava columna se sientan 24 personas.

(Otros niños; Cierto. Cierto.)

Fin del Video clip 8, y la clase continúa asi:

(Otros niños: Yo no entiendo lo que él dice).

A2 (señala el esquema en la pizarra): O sea estas 24 personas están en 7 columnas y las otras 24 personas están en la otra).

(Otro niño desde su asiento: Tu idea es incorrecta. ¡No puede ser!)

P (el profesor trata de cerrar la clase, pero los niños continúan entusiasmados en la discusión): Si cambia el número de la columna, no se forma el rectángulo, ¿verdad?

P: Hasta ahora usamos la multiplicación de cierto número por cierto número.

P (dirigiéndose al alumno A2): Tu idea no forma el rectángulo. Sólo este punto no es bueno por ahora.

P: Entonces hoy día llegamos hasta aquí. Salió así la idea de 7.5. En la clase de mañana vamos a seguir.

P: Terminamos.

2. OBJETIVOS DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA COMO REFLEJO DE UN MARCO DE VALORES

Tendencias Internacionales

En diferentes épocas, culturas y países, la educación matemática ha perseguido una variedad de objetivos, confluyendo en tendencias de diverso alcance. Entre estos objetivos se destacan:

- La enseñanza de las destrezas básicas de "numeracy" (combinación de conocimiento matemático, resolución de problemas y destrezas de comunicación) a todos los niños.
- La enseñanza de los conceptos matemáticos abstractos a temprana edad, tales como conjunto y función.
- La enseñanza de áreas selectas de la matemática (tales como la geometría euclidiana como un sistema axiomático y modelo del razonamiento deductivo).
- La enseñanza de matemática avanzada para aquellos niños que desean seguir carreras en ciencias.
- La enseñanza de matemática práctica (aritmética y álgebra elemental, geometría plana y sólida, trigonometría) a la mayoría de los alumnos.
- La enseñanza de heurísticas y otras estrategias de resolución de problemas para resolver problemas no rutinarios.

Objetivos de la enseñanza de la matemática en Japón

Conforme al Consejo de Educación Central (Monbusho, 1998), en Japón la reforma se orientó según cuatro puntos:

1. Desarrollar la humanización y sociabilidad en la sociedad global.
2. Desarrollar la capacidad de aprender y pensar para sí mismo.
3. Procurar enseñar lo fundamental a fondo y dar a cada niño una educación sin presión respetando su crecimiento.
4. Promover una educación única y que la escuela sea única.

Los objetivos de la matemática elemental se resumieron en el siguiente enunciado:

Ayudar a los niños a adquirir conocimiento básico y destrezas técnicas con respecto a números, a cantidades, y a figuras geométricas a partir de actividades que fomenten la actitud para apreciar el placer de la matemática y del valor de la manipulación matemática y para hacer uso de ella con buena disposición en la vida cotidiana, y para fomentar la capacidad de pensar en profundidad y lógicamente.

En el 2008 se introdujo modificaciones a la ley, pero se mantiene la visión multidimensional de los objetivos de la enseñanza de la matemática en la educación elemental de Japón. En conformidad a la ley, las escuelas en Japón declaran sus propios objetivos, pretendiendo alcanzar una identidad propia.

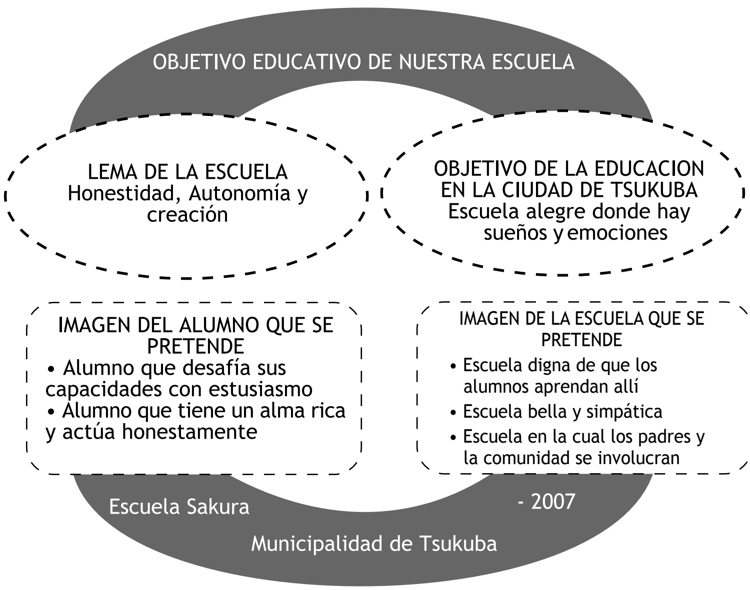


Figura 3.2: Imagen Corporativa de la Escuela Secundaria Sakura de Tsukuba

Reflexión:

Las siguientes preguntas y respuestas se dieron en una entrevista (Diario de Honduras, Martes 29 de Abril 2008) al profesor Yoshikazu Yamamoto:

Reportero: ¿Cuál es la mejor forma de enseñar matemáticas?

Profesor Yoshikazu: La matemática no es algo que hay que memorizar, en *otras palabras en el primer grado se aprende a sumar unidad con unidad y utilizando el mismo mecanismo se enseña con dos dígitos, ya que esta es una materia que los niños van estructurando y disfrutando del placer de esta ciencia, pero si los pequeños están pasivos esperando que los maestros les digan qué hacer no sienten la sensación placentera que representa esta ciencia.*

Reportero: ¿Por qué a los niños les cuesta aprender tanto esta ciencia?

Profesor Yoshikazu: A lo mejor en Honduras se tiene la idea que los maestros que imparten esta clase tienen que ser perfectos siempre, que no pueden equivocarse y por esa razón los docentes tienen miedo a las matemáticas y transmiten este temor hacia sus estudiantes. Creo que para que los niños experimenten el placer de las matemáticas los maestros también deben sentir este placer y hacérselos sentir a sus alumnos a través de su enseñanza.

Pregunta:

¿Daría usted respuestas similares a las del profesor Yamamoto para el caso de su escuela?

Objetivos de la enseñanza de la matemática en Chile

La enseñanza de la matemática en la educación básica en Chile se ajusta tanto a los objetivos verticales establecidos para el sector curricular "educación matemática" como a los objetivos transversales declarados para todos los sectores curriculares. Estos objetivos transversales hacen referencia a varias dimensiones, entre ellas, al desarrollo del pensamiento y a otros valores culturales, como la defensa del medio ambiente.

Reflexión:

¿Qué objetivos transversales de la educación básica chilena se relacionan con la enseñanza de la matemática? Argumente.

Reflexión:

Los objetivos de la enseñanza de la matemática escolar son de distinta naturaleza. Es posible ubicarlos en "distintas dimensiones", y por ende, mientras se avanza en la consecución de uno se puede estar avanzando o bien retrocediendo en la consolidación de otro. Por ejemplo, la ejercitación de un procedimiento sin fundamentación lógica puede llevar a la adopción de una forma de pensar mecánica, en oposición al objetivo de desarrollar un pensamiento lógico deductivo en el alumno.

Pregunta:

¿Está de acuerdo con la aseveración planteada con respecto a la multi-dimensionalidad de los objetivos? Argumente. ¿Qué consecuencias se tiene de esta apreciación?

Reflexión :

La forma en que se enseña matemática en la escuela afecta la manera en que se concilian estos objetivos de enseñanza.

Pregunta:

¿Considera usted correcta la aseveración de arriba? Fundamente.

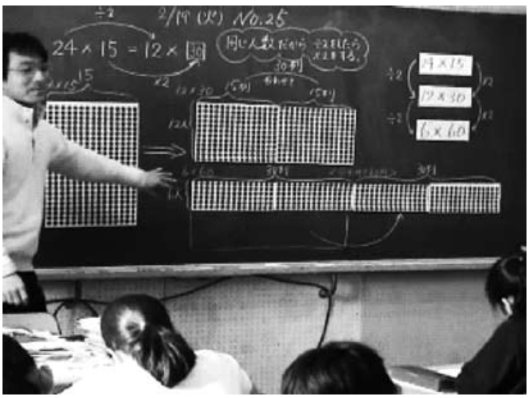


Figura 3.3: Profesor interpela la respuesta dada por un estudiante

Reflexión:

El siguiente episodio puede encontrarlo en el video-clip 5 de la clase 3 del profesor Seiyama, contenida en el DVD adjunto.

Preguntas:

¿Qué objetivos persigue el profesor en este episodio? ¿Qué valores privilegia el profesor en este episodio?

P: Bueno, ahora tenemos otra pregunta. ¿Cómo podemos formar esos números? ¿Pueden explicarlo con palabras?

P: ¿Cómo podemos formar tales números? Por ejemplo, ahora tenemos 28x25. ¿Cómo lo convirtieron en esta expresión? (el profesor indica en la pizarra el cambio de la expresión 28x25 a 7x100).

P: Anote su idea en su cuaderno, con sus palabras. Pueden equivocarse. Les doy 3 minutos.

P: ¿Cómo podemos formar esos números? Anote la manera de hacerlo en su cuaderno... Con sus palabras.

P: Imaginen que un amigo del otro curso le pregunta cómo hacerlo… entonces ¿cómo puede enseñarle?

P: Pudimos convertir 28x25 en 7x100. Si les preguntan cómo lo hicieron, ¿cómo pueden explicarlo?

P: Anoten en su cuaderno (El profesor anota en pizarra "Manera de hacer").

P: Ahora si se puede equivocar. Lo importante es escribirlo con sus palabras. Cuando termine de escribir puede conversarlo sólo con sus vecinos.

P: (mientras pasea entre los bancos de los niños y observa sus trabajos). Oh, Aika, escribiste muy bien con tus palabras. Y Kosuke, ¿qué tal?

P: (dirigiéndose al curso): Cuando les pregunten, ¿van a decir "No sé"? Todos saben esta manera. Ya lo hicimos, entonces debería poder explicarlo. OK. ¿Todavía están en camino?

3. UN MODELO DE VALORES DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA

Los valores forman parte inherente del proceso educativo, desde el nivel macro sistémico, institucional, pasando por el nivel meso de desarrollo y gestión del plan de estudios, hasta llegar al nivel micro de las interacciones en la sala de clase donde desempeñan un papel determinante al establecer un sentido de identidad personal y social en el estudiante.

Se considera que los valores plasmados por los profesores en las clases de matemáticas están ligados a sus identidades pedagógicas. Se han descrito los valores de los profesores como representación de su 'cognición', incluyendo variables afectivas, como las creencias y actitudes, y de la internalización subsecuente de estos valores en su sistema afectivo-cognoscitivo personal.

Algunos valores son proyectados por los profesores y enseñados explícitamente, mientras que otros se proyectan solamente de manera implícita en las prácticas de enseñanza; lo que es típico en la enseñanza de las matemáticas. ¿Qué valores aprenden los estudiantes de sus profesores y de sus prácticas? y ¿cómo estos valores aprendidos afectan la relación del estudiante con las matemáticas?

Estas preguntas han sido estudiadas por Bishop (1988), quien dio una descripción teórica de 6 valores dominantes asociados a las matemáticas de Europa Occidental:

1. *Racionalismo:* Valoración de los medios que acentúan la discusión, el razonamiento, el análisis lógico y las explicaciones. Se refiere a teorías y a situaciones hipotéticas y abstractas, y promueve el pensamiento universalista.
2. *Empirismo:* La valoración del empirismo significa acentuar lo objetivo, concretizar y la aplicación de ideas en matemáticas. Favorece el pensamiento analógico, la simbolización, y la presentación y el uso de datos. También promueve materialismo y el determinismo.
3. *Control:* La valoración del control significa que se acentúa el poder del conocimiento matemático con el dominio de reglas, procedimientos y criterios establecidos. También promueve la seguridad en el conocimiento, y la capacidad para predecir.
4. *Progreso:* La valoración de progreso significa acentuar las maneras en que las ideas matemáticas se desarrollan por medio de teorías alternativas, el desarrollo de nuevos métodos y el cuestionamiento de ideas existentes. También promueve los valores de la libertad y de la creatividad individuales.
5. *Honestidad:* La valoración de la honestidad significa acentuar la democratización del conocimiento, con demostraciones, pruebas y explicaciones. La articulación clara y el pensamiento crítico son también significativos, al igual que la transparencia en los procedimientos y los supuestos.
6. *Misterio:* La valoración del misterio significa acentuar la maravilla, la fascinación, y la mística de las ideas matemáticas. Promueve el pensar en los orígenes y la naturaleza del conocimiento y del proceso creativo, también la abstracción y la naturaleza cultural del conocimiento matemático.

Estos valores del conocimiento matemático occidental fueron categorizados por Bishop como sigue:

1. *Epistemología del conocimiento (valores ideológicos):* (a) Racionalismo (teorías hipotéticas del pensamiento lógico) y (b) Objetivismo (determinismo, pensamiento analógico).
2. *Relación con el conocimiento (valores sentimentales o actitudinales):* (a) Control (predictibilidad, seguridad) y (b) Progreso (generalización, conocimiento acumulativo).
3. *Conocimiento y sociedad (valores sociológicos):* (a) Honestidad (comparte demostraciones) y (b) Misterio (capacidad de maravillarse, mística).

Bishop sostiene que las matemáticas, como fenómeno cultural, solamente tienen sentido si esos valores se hacen explícitos.

Reflexión 1:

El profesor Ishida (2002) estudió la evaluación que los alumnos hacían a sus estrategias de resolución de problemas cuando identificaban varios métodos de resolución. El concluyó que los estudiantes generalmente seleccionaban como mejor aquélla que era más eficiente, fácil de usar o fácil de entender. La presencia de valores matemáticos como la "generalización" fue poco común. Ishida destaca que la discusión con los alumnos en clases acerca de las soluciones alternativas a un problema es un aspecto importante a considerar en las clases de matemáticas.

Preguntas:

1. ¿Qué comentario puede hacer usted a la apreciación del profesor Ishida?
2. ¿Cuáles de estos valores coinciden con los valores declarados en el marco curricular chileno?
3. ¿En qué sentido las clases de matemática en su Escuela son consistentes con esos valores u otros valores?
4. Observe un par de video-clips y comente con cuál de los valores los relaciona.
5. Comente sus respuestas con un colega.

Reflexión 2:

Los principios y los estándares del Consejo Nacional de Profesores de Matemáticas (EE.UU.) para las matemáticas escolares identifican el "monitorear y reflexionar sobre el proceso de resolución de problemas matemáticos" como una meta educacional para todos los niveles.

La metacognición juega un papel importante en la supervisión o monitoreo y en la reflexión en el proceso de resolución de problemas. El comportamiento de los estudiantes en la resolución de problemas es influenciado por el conocimiento metacognitivo y las creencias. Un sistema de creencias matemático es importante puesto que se relaciona con la forma en cómo se abordan los problemas matemáticos. Son de particular interés las creencias de que: (1) hay generalmente más de una forma para solucionar un problema, (2) dos métodos para solucionar un problema pueden conducir a la misma solución correcta, y (3) de que puede existir una manera más concisa y/o más clara de presentar un problema o su solución. El reconocido educador y matemático Polya también destacó el valor matemático de mejorar las soluciones a los problemas matemáticos, y el de discutir valores matemáticos tales como generalidad, simplicidad y eficacia.

Pregunta:

¿Qué valores son importantes para usted en la enseñanza de la resolución de problemas?

¿Cómo podría planear una clase para contribuir al desarrollo de esos valores?

Reflexión 3:

A: Por ejemplo en caso de 28x25, 28 dividido en 4.

P: (mientras escribe lo dicho por el alumno): Empezó con la frase “Por ejemplo en caso de 28x25”.

A: 28 dividido en 4 es 7.

A: Ahora tenemos 7x25 pero falta 4. Entonces hay que hacer 25 por 4...

A: (el curso escucha atentamente a la alumna que explica su comprensión desde su asiento): Son 100. Y 100x7.

P: (buscando que otros alumnos verbalicen sus ideas): Muy buena explicación, ¿verdad? ¿Y otra? ¿Cómo lo hizo?

A: 25 y 10 se puede convertir justo en 100 justo con algún invento.

A: (con sus propias palabras): Entonces utilizando la multiplicación y la división...

P: Ahora dijo una muy buena frase. “Utilizando la multiplicación y la división”.

P: (mientras escribe en la pizarra la frase anterior): Y también empezó así, "Por ejemplo..." y dio una expresión como un ejemplo.

P: Muy bien, esto es muy importante, "Utilizando la multiplicación y la división".

P: ¿Otra?

P: Dénme sus opiniones.

P: (cuatro alumnos levantan la mano para opinar, el profesor nombra los alumnos para indicar el orden en el que deberán participar): Digan lo que piensan. Bueno, Ayane, Kaoru, Megumi, Kosuke ...OK, Ayane.

A: (Ayane):Cuando convertimos 28x25, utilizamos "dividido en 4" ó "dividido en 2".

A: (Ayane): Si dividimos por 4, multiplicamos por 4, y si dividimos por 2 multiplicamos por 2.

A: (Ayane): Entonces al otro lado hay que multiplicar los mismos números.

P: ¡Oh! ¡Muy bien!

A: (Ayane): ¿Le explico por qué tiene que ser 4?

A: (Ayane): Cuando multiplica 25 por cierto número se convierte en el número redondo.

A: (Ayane): Entonces hay que pensar ese número.

A: (Ayane): Así que siempre hay que buscar estos números.

P: (indicando a otro alumno): ¿Puede explicar lo que Ayane explicó ahora denuevo?

P: El punto es lo que Ayane dijo y lo que Masayo también dijo, "Utilizando la multiplicación y la división"

A: (un alumno exclama desde su asiento): ¡Entendí!

Pregunta:

¿Qué valores reconoce en el episodio anterior (video-clip 6, minuto 26:01, de la clase 3 del profesor Seiyama, contenida en el DVD adjunto)?

Compare su respuesta con la de un colega.

Referencias:

Bishop, A. J. (1988). Mathematical enculturation: A cultural perspective in mathematics education. Dordrecht, The Netherlands: Kluwers.

Ishida, J. (2002). Students' evaluation of their strategies when they find several solution methods, The Journal of Mathematical Behavior 21 (1), pp 49-56

MINEDUC (2006). Objetivos Fundamentales Contenidos Mínimos Obligatorios. OFCMO Enseñanza Media Educación Matemática. Ministerio de Educación. Chile. Santiago.

Monbusho (1998). National curriculum standards reform for indergarten, elementary school, lower and upper secondary school andschool for the visually disabled, the hearing impaired and the otherwise disabled. The Curriculum Council, Tokyo: Ministry of Education, Science, Sports and Culture.

NCTM. (2000). Principles and Standards for Shool Mathematics. National Council of Teachers of Mathematics. Reston, VA: NCTM, 2000.

Shimizu, S. (2008). El punto de observación del Estudio de Clases. Conferencia Capacitación de JICA para profeores chilenos. 30 enero 2008. Universidad de Tsukuba.

CAPÍTULO 4

Enseñando a pensar matemáticamente. Aportes desde el Estudio de Clases

El presente capítulo ha sido extraído de un artículo de Patsy Wang-Iverson, quien explica y ejemplifica cómo a partir del Estudio de Clases los profesores pueden aprender a desarrollar el pensamiento matemático en los estudiantes. Además, la autora señala dos razones por las cuales el Estudio de Clases es insuficiente para mejorar la enseñanza de la matemática en Estados Unidos. A su juicio, esas razones son el débil conocimiento matemático de los profesores que los imposibilita a guiar el desarrollo del pensamiento matemático en los estudiantes y lo extenso y poco estructurado de los textos escolares, que desperfilan el propósito de la enseñanza.

Temas:

1. Desarrollo del pensamiento matemático en clases
2. Pensando lógicamente a partir de fraccionamientos
3. Generando condiciones para el desarrollo del pensamiento geométrico deductivo
4 Discusión sobre las clases
5. Obstáculos al mejoramiento de la enseñanza de la matemática a través del Estudio de Clases

1. DESARROLLO DEL PENSAMIENTO MATEMÁTICO EN CLASES: SOBREPONIÉNDOSE A LAS BARRERAS DE LA IMPLEMENTACIÓN EFECTIVA

En los últimos años la investigación en educación se ha focalizado en entender mejor cómo aprenden los alumnos. En muchos países, como por ejemplo en EE.UU., las actividades de clases dan pocas oportunidades a los alumnos para que piensen matemáticamente. Usualmente se observa a los alumnos intentando adivinar la respuesta que el profesor está pensando.

Si los estudiantes están repitiendo la respuesta que el profesor quiere, ¿cómo va a juzgar si el estudiante está realmente pensando y entendiendo? ¿Qué debe ocurrir en el aula para estimular a los alumnos a pensar matemáticamente? y ¿cómo puede el Estudio de la Clase mejorar las capacidades del profesor en este sentido? ¿Es posible observar evidencias del pensamiento del alumno en una clase en la que el profesor está frente al grupo? Por otro lado, ¿pueden los alumnos estar involucrados en las actividades de la clase, sin mostrar ningún tipo de pensamiento matemático?

Qué es el pensamiento matemático según los documentos curriculares.

Por la diversidad de Programas de Estudio en los distintos países, y en los distintos Estados en países como EE.UU., es difícil proveer una definición sucinta de pensamiento matemático. Los estándares, norteamericanos por ejemplo, se describen por bandas de niveles y no proveen a los profesores guías explícitas de qué deben enseñar y qué tipo de pensamiento matemático se debe involucrar. En un esfuerzo por ser más concretos, el NCTM (National Council of Teachers of Mathematics, 2006) publicó Puntos Focales del currículo de Kinder a 8° grado, con tres puntos focales por nivel. Este documento en conjunto con algunos previos dan orientaciones acerca de las formas en que se puede ayudar a los estudiantes para que desarrollen la habilidad de pensar matemáticamente (NRC, 2001), siguiendo en parte las ideas que se han desarrollado en los países con altos resultados en las pruebas internacionales, TIMSS y PISA.

Reflexión

¿Qué ayudas específicas proveen los estándares de enseñanza a los profesores? ¿En qué medida los mapas de progreso y el ajuste curricular en Chile está cumpliendo un rol similar a la publicación de los Puntos Focales en EE.UU.?

Fundamente su respuesta con ejemplos.

Tabla 4.1: Contenidos propuestos en la mayor parte de los países de alto logro

Tópicos matemáticos tratados en cada nivel en los países con mayores logros en las evaluaciones internacionales								
	Nivel							
Contenidos	1	2	3	4	5	6	7	8
Números naturales: significado	•	•	•	•	•			
Números naturales: operaciones	•	•	•	•	•			
Unidades de medida	•	•	•	•	•	•	•	
Fracciones comunes			•	•	•	•		
Ecuaciones y fórmulas			•	•	•	•	•	•
Representación y análisis de datos			•	•	•	•		•
Geometría en 2 dimensiones: lo básico			•	•	•	•	•	•
Geometría 2-D: polígono y circunferencia				•	•	•	•	•
Medición: perímetro, área y volumen				•	•	•	•	•
Redondeo y cifras significativas				•	•			
Estimación de cálculos				•	•	•		
Operaciones con naturales: propiedades				•	•			
Estimación de cantidades y medidas				•	•			
Fracciones decimales				•	•	•		
Relación entre fracción decimal y común				•	•	•		
Propiedades de fracción decimal y común					•	•		
Porcentajes					•	•		
Conceptos de proporcionalidad					•	•	•	•
Problemas de proporcionalidad					•	•	•	•
Geometría en 2 dimensiones: coordenadas					•	•	•	•
Geometría: transformaciones						•	•	•
Números negativos, enteros: propiedades						•	•	
Teoría de números							•	•
Exponentes, raíces, radicales							•	•
Exponentes y orden de magnitud							•	•
Medición: estimación y errores							•	
Construcciones con regla y compás							•	•
Geometría en 3 dimensiones							•	•
Geometría: Congruencia y semejanza								•
Números racionales y sus propiedades								•
Patrones: relaciones y funciones								•
Proporcionalidad: forma y trigonometría								•

Ahora bien, ¿cómo se prepara a los alumnos para que piensen matemáticamente durante la actividad en el aula? Para preparar a los alumnos a pensar matemáticamente es importante que los profesores entiendan el estado actual de pensamiento de los alumnos y sepan cómo ayudarlos a pasar de un nivel a otro. Las siguientes secciones corresponden a dos lecciones que servirán para ilustrar la presencia o ausencia de pensamiento matemático en el aula.

2. HACIENDO PENSAR SOBRE FRACCIONAMIENTOS A LOS ALUMNOS

El plan de esta clase fue desarrollado adaptando un problema para una secuencia curricular para 6to grado elaborada por la National Science Foundation. La clase fue realizada fuera de la secuencia de clases de matemáticas y por un profesor que no era el profesor del curso.

“En el bazar el pliego de papel volantín vale $24. Es posible comprar fracciones o trozos de pliego al valor que corresponde a la fracción de 24. Se dispone de un trozo que es de 2/3 de pliego, y Andrés compró ½ de ese trozo de pliego”. a) ¿Qué fracción del pliego completo compró Andrés?, b) ¿Cuánto dinero pagó? Usa dibujos, palabras o expresiones numéricas para explicar tu forma de pensar.

El profesor pidió a los alumnos que lean el problema en voz alta y luego que expliquen qué es lo que el problema les estaba pidiendo hacer. Distintos estudiantes fueron elegidos para que repitieran diferentes partes del problema. El profesor continuó pidiéndoles que explicaran con sus propias palabras. Para evaluar con más profundidad su comprensión, el profesor les pidió que identificaran la(s) operación(es) que usarían. Los estudiantes dan voluntariamente las siguientes respuestas:

E1: multiplicación

E2: división

E3: sustracción

Cuando un cuarto alumno sugirió la adición como una posibilidad, otros estudiantes respondieron que eso no funcionaría, diciendo que pensaban que las tres primeras operaciones eran posibles. Luego el profesor les solicitó trabajar en parejas para decidir cuál(es) de las tres respuestas era(n) correcta(s) o incorrecta(s). Varios estudiantes escribieron sus respuestas sin mostrar su trabajo, esto es, cómo lo habían pensado.

Respuesta a) ½

Respuesta b) $12

Sus respuestas indicaban una incomprensión de la organización de las palabras del problema y que la simplificaban al nivel de su comprensión o que miraban superficialmente el 2/3 en el enunciado del problema. Un par de estudiantes planteó el problema como uno de división de la manera siguiente:

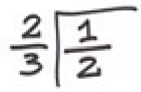


Figura 4.1: Dividiendo 1/2 entre 2/3, en notación norteamericana

Luego no pudieron progresar más allá de este punto. El trabajo de otro estudiante se muestra más abajo, en la Figura 4.2. Los observadores de la clase, que no tenían antecedentes del curso, no podían entender por qué los estudiantes habían cambiado 24 por 24/100. Durante la discusión posterior a la lección el profesor explicó que en las clases anteriores los estudiantes habían estudiado porcentajes.

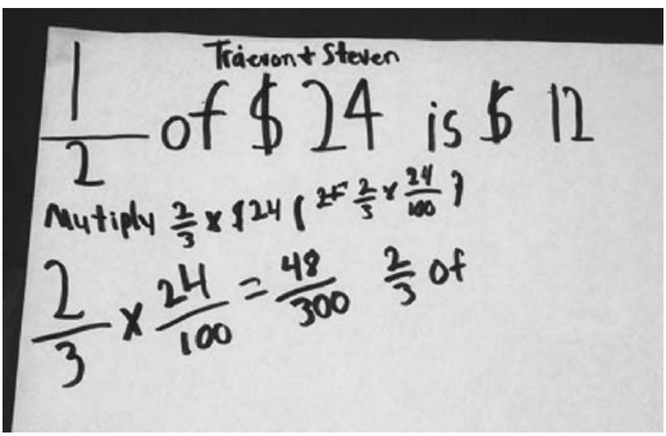


Figura 4.2: Trabajo de un alumno en clases

Este ejemplo muestra cómo los estudiantes intentan integrar lo que han aprendido con anterioridad con respecto a un problema nuevo, aunque no haya conexión entre las dos situaciones. Adicionalmente en este caso los estudiantes intentaron incorporar todos los números del problema en sus cálculos, incluso pensando que estos no estaban teniendo sentido para ellos.

En la foto de los registros del trabajo de las alumnas (Figuras 4.3 y 4.4), se observa cómo las alumnas dan respuesta a la primera sugerencia ofrecida por el profesor sobre “usar dibujos”. Las estudiantes usaron dibujos para representar la situación.

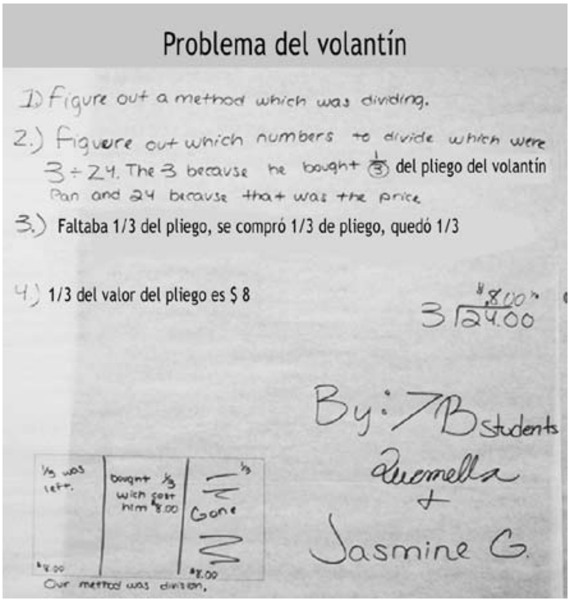


Figura 4.3: Respuesta de dos alumnas al problema de la clase

En la Figura 4.3, se aprecia que las estudiantes mostraron su comprensión registrando sus pensamientos en una secuencia lógica. Las estudiantes identificaron la operación como una división de $24 dividido en 3, en vez de multiplicación de 24 por 1/3. No se podía comprobar si estaban entendiendo claramente que multiplicar $24 x 1/3 era equivalente a dividir 24 por 3.

En la Figura 4.4, que se muestra en la página siguiente, la foto superior deja ver la frase “$24 de 1/3”, lo que no es matemáticamente correcto. Sin embargo, aparece el cálculo “24 : 3”, que interpreta el sentido correcto del enunciado. En la foto inferior, también incluida en la Figura 4.4, se puede ver que solamente hubo un intento inicial de escribir una expresión matemática. Eso es, el trabajo matemático es muy débil en este caso.

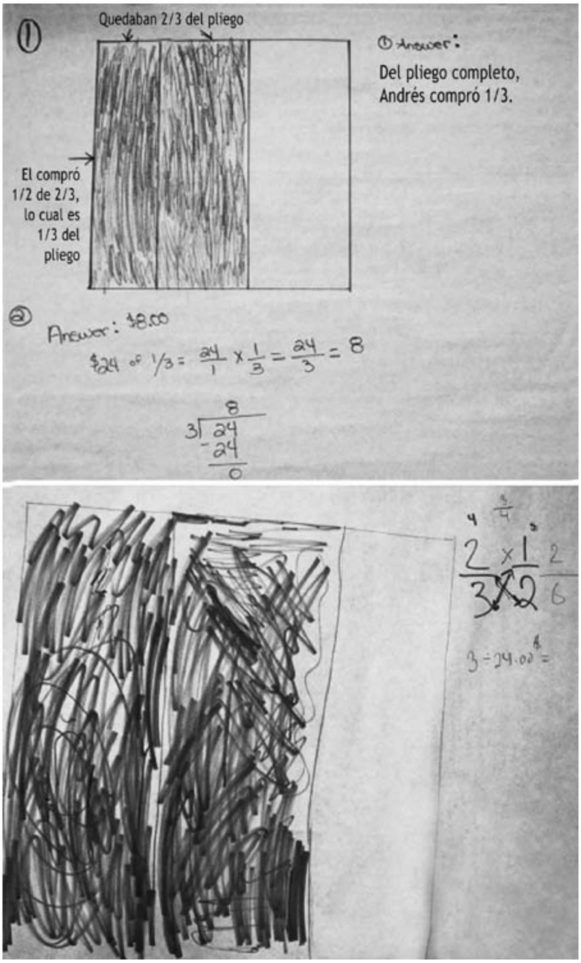


Figura 4.4: Respuestas independientes de dos alumnos

Reflexión

¿Qué entendieron los estudiantes en relación al problema?, ¿qué conocimiento debieran haber tenido previamente adquirido para enfrentar este problema?

¿Es un problema de aplicación de un contenido y aprendido o es un problema para introducir un concepto nuevo? ¿Qué se espera que aprendan los alumnos durante esta clase?, ¿qué podría hacer el profesor frente a las diversas maneras de pensar presentadas por los alumnos? ¿Qué formas o tipos de pensamiento matemático estuvieron en juego durante la clase?, ¿puede describir dos o tres niveles distintos de pensamiento?

3. GENERANDO CONDICIONES PARA EL DESARROLLO DEL PENSAMIENTO GEOMÉTRICO DEDUCTIVO

En esta lección de 5º grado sobre ángulos y figuras, la profesora primero recuerda a los estudiantes lo aprendido previamente, luego fija en la pizarra muchos ángulos diferentes y les pide que vayan adelante e intenten formar un triángulo eligiendo una combinación de tres ángulos.

Figura 4.5: Alumno enfrenta problema en la pizarra

Figura 4.6: Soluciones en la pizarra

Varios alumnos que salieron a la pizarra eligieron ángulos al parecer al azar, sin dar evidencias de un pensamiento matemático. Desde sus bancos los alumnos aprobaban o rechazaban las elecciones de sus compañeros en la pizarra. Colaborativamente, se identificó 5 grupos de combinaciones de ángulos para formar trángulos. La profesora preguntó en qué pensaban para hacer las combinaciones. Cuando un alumno se refirió a ángulos delgados, la profesora le preguntó qué quería decir con “ángulo fino o delgado”. El alumno respondió: “la medida de un ángulo pequeño”. Para estimular el pensamiento más profundo del estudiante, la profesora dijo: “Para construir un triángulo podría haber un patrón en el cual se combinen las medidas de los ángulos.” Los estudiantes respondieron con “mediano, mediano, mediano”; “pequeño, pequeño, grande.” La profesora preguntó si esas ideas podrían usarse para encontrar otras combinaciones que funcionen. Los estudiantes propusieron una combinación adicional: “pequeña, mediano, y grande”.

Figura 4.7: Trabajo en cuaderno

La profesora luego mostró en el pizarrón cómo podrían combinarse los tres ángulos para formar una línea recta (Figura 4.6). Luego, ella preguntó si era realmente cierto que la suma de tres ángulos de cualquier triángulo daba 180°, o estaban simplemente aceptando este hecho. Para dejarlos determinar por sí mismos si la suma de los ángulos es, ciertamente, 180°, les dio triángulos para que los recortaran e investigaran individualmente. La Figura 4.7 muestra una página del cuaderno de un estudiante con el desarrollo de la tarea propuesta.

Una recomendación clave para que se tenga en consideración el pensamiento matemático durante la clase es combinar cuidadosamente “la conducción del pensamiento del alumno”, “el tiempo para la comunicación entre estudiantes”, “el esfuerzo del profesor por entender la comunicación de los estudiantes”, y “la reflexión del profesor en la intervención necesaria”. La primera lección ilustró una gran confusión e incapacidad de los estudiantes para pensar lógica y secuencialmente. Sin embargo, los estudiantes proveyeron al profesor la información necesaria para preparar la siguiente lección.

4. DISCUSIÓN SOBRE LAS CLASES

A pesar de que en la primera clase, la del problema del volantín, los estudiantes se fozaron en pensar en lo que tenían que hacer, un gran número de ellos no tenía las herramientas para pensar coherentemente, y las matemáticas parecían tener poco sentido para ellos, al menos en la forma en que se les pide que hagan juicios sobre lo que enfrentan. Esto es, la matemática que

Katagari describe en “Pensamiento Matemático y Cómo Enseñarlo” (2006).

El profesor Katagari comentó en relación a la clase que “Antes de calcular en un papel o con una calculadora, uno debe ser capaz de discernir qué números entrarán en los cálculos, qué operaciones se realizarán con esos números, y en qué orden debieran hacerse”. Esto es, advirtió que en lugar de invertir toda la energía de los niños en los cálculos, era conveniente que primero pensaran acerca de los cálculos. Katagari hizo notar que los alumnos ya habían dejado de pensar antes de que el profesor pudiese resumir la lección. Comentó que muchos estudiantes no estaban preparados para la lección que les fue impartida. Katagari advirtió que muchos alumnos, en vez de dar sugerencias sobre multiplicar, dividir o sustraer, sólo aceptaban las ideas de otros sin comentarios. Se pudo haber consultado a los estudiantes sobre sus explicaciones, ¿por qué propusieron estas operaciones y qué sentido tenían para ellos? Katagari comentó que a él le parecía que en aulas con gran número de estudiantes que tienen una comprensión débil en matemáticas, puede ser necesario gestionar las lecciones como un proyecto integral de clase, no en pequeños grupos, para maximizar el aprendizaje del estudiante.

Richard Askey (matemático jubilado de la Universidad de Wisconsin-Madison), uno de los observadores de la lección de la segunda clase, sobre ángulos, comentó en la discusión de la clase que la lección ilustró lo qué él llamaría prematemáticas, que es requisito para pensar matemático. Y agregó que, como fue observado, muchas clases en Estados Unidos no progresan más allá de las prematemáticas. Askey sugirió al profesor que para la siguiente lección los estudiantes podrían informalmente probar que la suma de los ángulos de un triángulo es 180º, partiendo de que los alumnos saben que un rectángulo se construye levantando cuatro ángulos rectos y que la suma de los cuatro es 360°. Dividiendo el rectángulo en dos triángulos iguales (Figura 4.8), pueden concluir que la suma de los ángulos de un triángulo rectángulo es 180º.

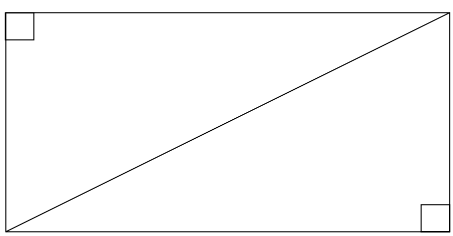


Figura 4.8: Rectángulo dividido en dos triángulos para deducir propiedades

Luego, los estudiantes pueden aplicar este conocimiento para probar la propiedad en un triángulo cualquiera.

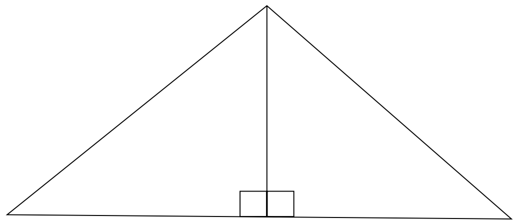


Figura 4.9: Triángulo dividido en dos triángulos rectángulos

Dibuje un triángulo general, como el de la Figura 4.9, y prolongue una perpendicular desde un vértice al lado opuesto para formar dos triángulos rectángulos. La suma de los ángulos de cada triángulo rectángulo es 180°, dando como resultado un total de 360°. Sustraer los dos ángulos rectos interiores, nos lleva a una suma de 180° para cualquier triángulo en general.

Cuando los profesores proveen una experiencia concreta bien fundamentada y prematemática para los estudiantes, van preparando la forma más sencilla para desarrollar el pensamiento matemático acerca de la situación.

5. OBSTÁCULOS AL MEJORAMIENTO DE LA ENSEÑANZA DE LA MATEMATICA A TRAVÉS DEL ESTUDIO DE CLASES

Se identifican algunos obstáculos que dificultan la implementación efectiva del Estudio de Clases en los países americanos. El primer obstáculo es el escaso conocimiento del contenido matemático que poseen los profesores, incluyendo su habilidad para involucrarse en el pensamiento matemático (Lim, 2006). Para mejorar los aprendizajes de los estudiantes se hace necesario el Estudio de Clases, entendido éste como un enfoque colaborativo y colegiado para entender el estado actual del conocimiento matemático de los estudiantes, y de la manera de cómo llevar a los estudiantes a lo largo del continuo del pensamiento matemático.

Sin embargo, el Estudio de Clases en nuestros países no parece suficiente por sí sólo para mejorar la enseñanza debido a las limitaciones del conocimiento de las matemáticas por parte de muchos profesores. Actualmente, los profesores reciben instrucciones de cómo enseñar matemáticas en formas en que ellos no aprendieron; muchos de ellos no saben matemáticas lo suficientemente profundas como para desarrollar el pensamiento matemático de los estudiantes en las formas que se promueve en la actualidad. Véase los documentos de la convención de APEC en diciembre del 2006 (http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007).

Para muchos profesores, su conocimiento sobre la división de fracciones se limita a "lo nuestro no es preguntarse el porqué; simplemente invierta y multiplique" (Ma, 1999). Teniendo conciencia del limitado conocimiento de las matemáticas por parte de los profesores, el Conference Board Mathematical Science (2001) recomendó un número mínimo de cursos de matemáticas que los profesores de pre-servicio deberían tomar para preparar su enseñanza en niveles elementales, intermedios y secundarios, respectivamente.

En los últimos años, algunos institutos y universidades han desarrollado cursos de matemáticas para cubrir el vacío en los conocimiento de los profesores, pero estos cursos no han sido desarrollados según un conjunto común de estándares.

Como el Estudio de Clases, los cursos de contenido matemático también son necesarios pero no suficientes para cubrir toda las debilidades. Existen pocos datos acerca del desempeño de los estudiantes de aquellos profesores que han tomado cursos sobre contenidos matemáticos. Una posible combinación efectiva podría ser la existencia de equipos de profesores involucrados en Estudios de Clases con algunos de ellos tomando cursos universitarios sobre contenidos matemáticos; de modo que a partir de estos cursos puedan ayudar en el desarrollo de los planes de clase y profundizar en su propio conocimiento. Más aún, como lo ilustra el rol desempeñado por Askey en el ejemplo de la segunda lección, un conocedor del tema puede proveer ayuda crucial a los profesores cuando tratan de desarrollar el pensamiento matemático de sus estudiantes. (Watanabe y Wang-Iverson, 2005).

Un segundo obstáculo es el exceso de libros de texto con centenares de páginas sin una secuencia ni enfoque coherente, con la ambición de cubrir todos los contenidos y enfoques posibles para así atender, en el caso de EE.UU. a los requerimientos de los estándares en los distintos Estados (Schmidt, Houang y Cogan, 2002). El desarrollo de los textos se ha convertido en un intento por incluir la variedad de estándares estatales (para maximizar ventas) en vez de mejorar el contenido. Sin embargo, los educadores de Estados Unidos ahora tienen acceso no sólo a los libros de texto Matemáticas Primarias de Singapore (http://www.singaporemath.com), sino también a las traducciones al inglés de dos sets de libros de texto de matemáticas elementales japoneses ublicados por Tokyo Shoseki (http://www.globaledresources.com) y Gakkoh Tosho (http://www.gakuto.co.jp/20050131e/index.html), los cuales pueden ser utilizados como recursos y suplementos. Recientemente (2009), en Chile y en México la colección de Gakkoh Tosho ha sido traducida al español.

Con la publicación reciente de los Puntos Focales del NCTM (2006), se podría esperar que la tercera barrera, el hecho que los estándares en EE.UU. difieran por Estado, decline a partir de la convergencia por consenso entre los Estados al examinar más de cerca este nuevo documento para su adopción en cada Estado. Si, mapeando los Puntos Focales (NCTM, 2006) con el enfoque y la secuencia de los países de alto rendimiento se ve una matriz triangular superior similar en el inicio y en la retención de los temas, entonces las escuelas tendrán una justificación para elegir el uso de textos de matemáticas de Singapur o de Japón en las aulas.

La última barrera, el uso de pruebas estandarizadas para medir el progreso estudiantil, realmente puede convertirse en un argumento en la decisión de las escuelas de usar un currículo más coherente y sucinto (Garelick, 2006).

Este maratónico esfuerzo liderado por la APEC para lograr una mejor comprensión de una definición clara del pensamiento matemático y cómo lograrlo tanto en profesores como estudiantes, provee una meta concreta. Este esfuerzo evita el debate trivial e insoluble acerca de las estrategias de enseñanza que ha plagado a la comunidad de educación matemática.

Referencias

Askey, R. & Wang-Iverson, P., Eds. (2005). Using TIMSS videos to improve learning of mathematics: A resource guide. Retrieved 11.26.06 from http://www.rbs.org/mathsci/timss/resource_guide/

Conference Board of the Mathematical Sciences (2001). J. Lewis, chair. The mathematical education of teachers. Washington, DC: CBMS and MAA. Retrieved on 11.28.06 from http://www.cbmsweb.org/MET_Document/index.htm

Garelick, B. (2006). A tale of two countries and one district, in Third Education Group Reviews vol. 2 #8. Retrieved on 11.28.06 from http://www.thirdeducationgroup.org/Review/Essays/v2n8.htm

Katagari, S. (2004, translated into English 2006). Mathematical thinking and how to teach it (manuscript made available to APEC December 2006 speakers).

Lim, C. S. (2006). In search of good practice and innovation in mathematics teaching and learning: A Malaysian perspective, Tsukuba journal of educational study in mathematics, vol 25: 203-219 (Available at: http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec2006/Tsukuba_Journal_25.pdf)

Ma, L. (1999). Knowing and teaching elementary mathematics. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, p. 55-83.

National Council of Teachers of Mathematics (2006). Curriculum focal points for prekindergarten through grade 8 mathematics. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics. Retrieved on 11.27.06 from http://www.nctm.org/focalpoints/downloads.asp.

National Research Council (2001). Adding it up: Helping children lean mathematics. J. Kilpatrick, J. Swafford, & B. Findell (Eds.) Mathematics Learning Study Committee, Center for Education, Division of Behavioral and Social Sciences and Education, Washington, DC: National Academy Press. Retrieved on 11.27.06 from ttp://lab.nap.edu/nap-cgi/discover.cgi?term=adding%20it%20up&restric=NAP

Schmidt, W., Houang, R. & Cogan, L. (2002). A coherent curriculum: The case of mathematics, American Educator, summer, 2002 (Available at: ww.aft.org/pubs-reports/american_educator/summer2002/curriculum.pdf).

Wang-Iverson, P. (2007) Developing mathematical thinking through lesson study: over-coming barriers to effetive implementation Gabriella and Paul Rosenbaum Foundation, USA

Watanabe, T. y Wang-Iverson, P. (2005). The role of knowledgeable others, in Wang-Iverson, P. & Yoshida, M., Eds. Building our understanding of lesson study. Philadelphia: Research for Better Schools, pp. 85-91.

CAPÍTULO 5

El estilo japonés de enseñanza de la matemática como resolución de problemas

Para enseñar matemáticas en la escuela primaria y secundaria inferior en Japón, se simula una actividad de resolución de problemas. Este estilo de enseñanza obedece a una planificación acuciosa que establece una secuencia de contenidos ajustados a preguntas cruciales en el marco de roles específicos asignados tanto a los alumnos como al profesor.

El objetivo de este capítulo es describir los aspectos centrales de este enfoque. En primer lugar se señalan los principios y elementos distintivos del estilo, resaltando aspectos culturales y la atención simultánea a una multiplicidad de objetivos. En segundo lugar se describen las características específicas del estilo, destacando la resolución de problemas, como el eje de la clase, los términos asociados a los conceptos clave que caracterizan el estilo de la clase, las fases distintivas de este tipo de clase y las técnicas que surgen en el marco de este estilo.

El capítulo finaliza dando evidencias de la validez del estilo. Se atienden evidencias internas provistas por el sistema educativo japonés y evidencias externas, emanadas desde la didáctica, como estudio de la enseñanza.

Temas:

1. Principios y elementos distintivos del estilo de la clase de matemáticas japonesa
2. Características del estilo de clases de matemáticas japonés
3. Evidencias que dan validez al estilo de enseñanza de la matemática en Japón

1. PRINCIPIOS Y ELEMENTOS DISTINTIVOS DEL ESTILO DE LA CLASE DE MATEMÁTICAS JAPONESA

Aspectos culturales

Por una parte el estilo de clase centrado en la resolución de problemas propios de la enseñanza de la matemática escolar en Japón es reflejo de la cultura japonesa, de sus valores y creencias ligadas al confucionismo. En este sentido se destaca la preeminencia del bien común por sobre el individual, la autoexigencia y perseverancia por la tarea bien hecha y una mirada holística ante la vida. Se constata la preeminencia del bien común al observar que en la clase el profesor da atención a la diversidad de los alumnos, respetando las diferencias individuales y subrayando la solidaridad e integración en el grupo. En cuanto a la exigencia por la tarea bien hecha, cabe destacar la importancia que tiene para la nación japonesa el principio de calidad total. Lo cual se refleja, por ejemplo, en la incorporación de la dimensión evaluativa en el proceso en la enseñanza, preferentemente de carácter formativo. Por último, la mirada holística del quehacer de los profesores se constata en la rigurosidad con que se integra la enseñanza en el aula con las propuestas de enseñanza de los textos y en congruencia con las políticas nacionales de educación, como también por la postura reflexiva de la práctica de instrucción.

Atención a la multiplicidad de objetivos

La atención simultánea a objetivos de distintas dimensiones es una característica del estilo de la clase de matemáticas en Japón. Las actividades de clases permiten a los alumnos reflexionar, expresar ideas, discutir, disfrutar y construir conocimientos nuevos sobre la base de los ya adquiridos.

Se cumple el ideario de alcanzar simultáneamente los propósitos formativos e informativos de la matemática escolar, poniendo en juego tanto la dimensión afectiva como la dimensión cognitiva del niño, facilitando así su aprendizaje significativo. Se aprecia la confluencia de objetivos también en el tratamiento integrado de los contenidos de enseñanza por medio de la resolución de problemas.

El estilo de clase a partir de un ejemplo

La lección se refiere al cálculo del volumen de sólidos. Para la realización de la actividad, los niños tienen que recurrir a sumas y al cálculo del área de figuras, conocimientos que han adquirido en años anteriores.

Encontremos el área de lo siguiente:
Piensa, inventa una manera de encontrar el área

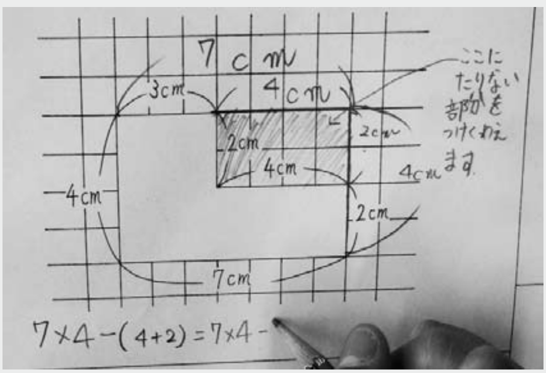


Figura 5.1 Calculando el área de una figura

Mientras los alumnos trabajan, el profesor observa las producciones y el proceso en el que se involucran los alumnos. El profesor pasa por los bancos y constata que algunos alumnos no entienden bien qué números son los que corresponden a las medidas de área. Fijando su atención en la producción de un alumno, pide al mismo que interprete bien qué es lo que debe restar (Figura 5.1) para encontrar el área de la figura, y luego recalca al curso que la figura debe estar bien dibujada.

Luego, algunos alumnos dan razones de lo hecho a sus compañeros, argumentando los cálculos realizados. El profesor da crédito a las explicaciones de los alumnos. La actividad siguiente de la clase, previa al planteamiento del problema del cálculo de volumen, se centra en manualidades. Esta actividad permite a los alumnos comprender mejor la representación bidimensional del volumen y mantener su interés por la matemática. En 6ª grado, el sistema educativo japonés da cabida a la distinción entre el interés y la habilidad por la matemática de los niños.

Los alumnos construyen sólidos de diferente complejidad. Luego comparten sus ideas ante sus compañeros y el profesor organiza la clase integrándolas. El profesor clasifica las ideas, consiguiendo a la vez una evaluación formativa sobre el trabajo realizado. El profesor agrupa las producciones de los alumnos en tres grupos, según el nivel de complejidad de los sólidos construídos. Los trabajos de ocho niños integran el grupo de menor grado de dificultad, del grupo que avanza más lento, "al paso".

En la siguiente clase el profesor presenta un sólido de poca complejidad y luego entrega figuras de distinta complejidad a los grupos. Los sólidos tienen igual volumen. Los niños crean otros. El profesor presenta la pregunta acerca del cálculo de volumen.

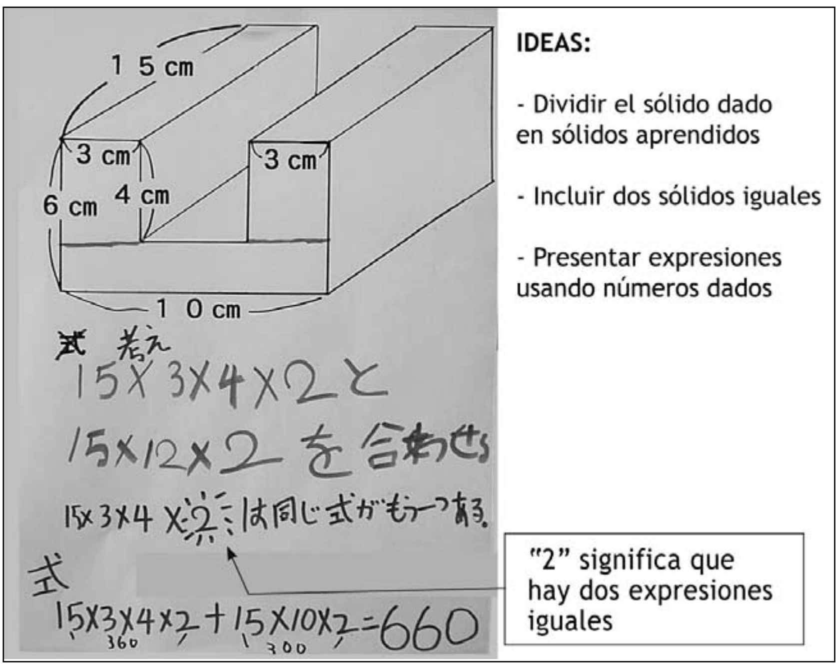
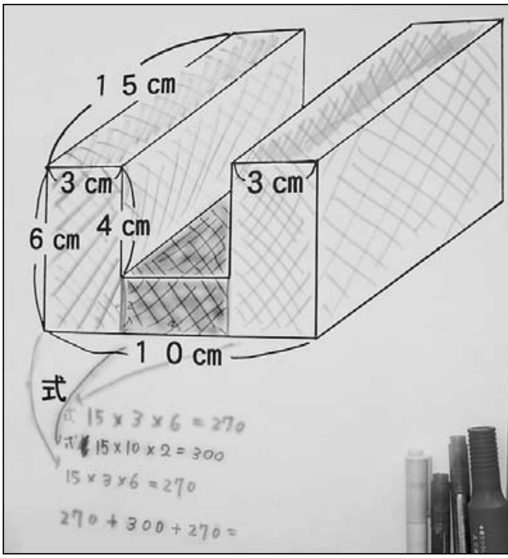


Figura 5.2: Estrategia de cálculo del volumen de un cuerpo

Problema: Buscar un método para encontrar el volumen de sólidos complicados



IDEAS:

- Dividir el sólido dado en sólidos aprendidos
- Incluyendo dos sólidos iguales
- Correspondiendo diagrama y fórmula
- Usando colores presentar expresiones con números dados

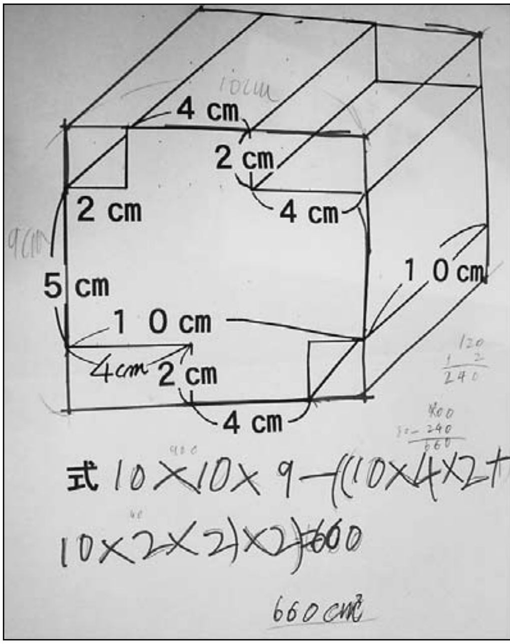
Figura 5.3: Usando colores para calcular el volumen de un cuerpo

Los alumnos trabajan en torno al problema. Luego, un alumno de cada grupo presenta al curso lo hecho.

Parte el grupo "al paso", el más débil, sigue el grupo de paso normal. El alumno resume el trabajo del grupo y lo expone en la pizarra. Las respuestas son correctas.

Los niños muestran distintas formas de trabajar. El segundo grupo calcula usando restas. El tercero calcula base por altura. Los niños del tercer grupo se dan cuenta que los otros grupos 1 y 2 no consideran la base. Los niños del grupo 1 y 2 se dan cuenta que el grupo 3 tiene una idea que ayuda.

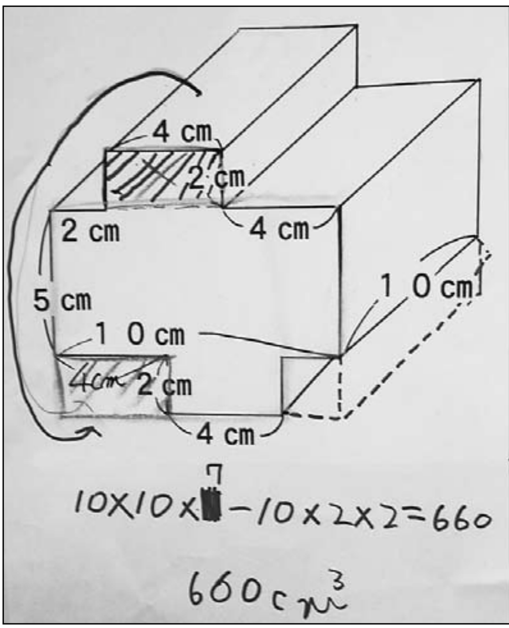
En la pizarra fueron quedando las ideas de los niños. Los alumnos trabajaron en distintos niveles. Todos aportaron con sus ideas y obtuvieron provecho de las ideas de sus compañeros.



IDEAS:

- Dividir el sólido dado en sólidos aprendidos
- Usando sustracción en la expresión
- Usando números dados

Figura 5.4: Estrategia de división del sólido en cuerpos conocidos



IDEAS:

- Transformar el sólido dado, de complicado a simple
- Dividir el sólido dado en sólidos aprendidos
- Usando sustracción
- Presentar expresión usando números dados

Figura 5.5: Estrategia de transformación del sólido en un cuerpo más simple

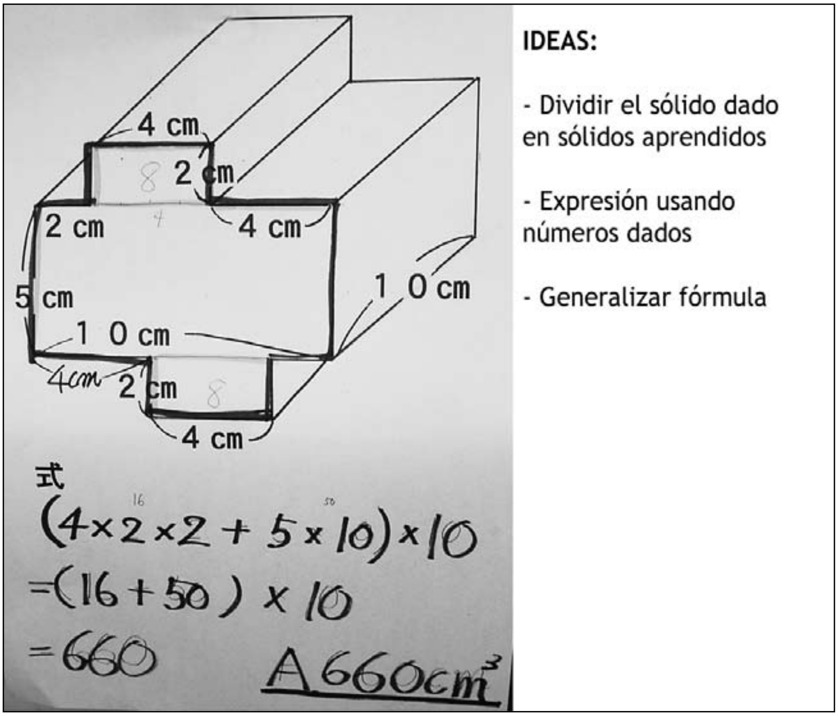


Figura 5.6: Usando la estrategia de generalización de una fórmula

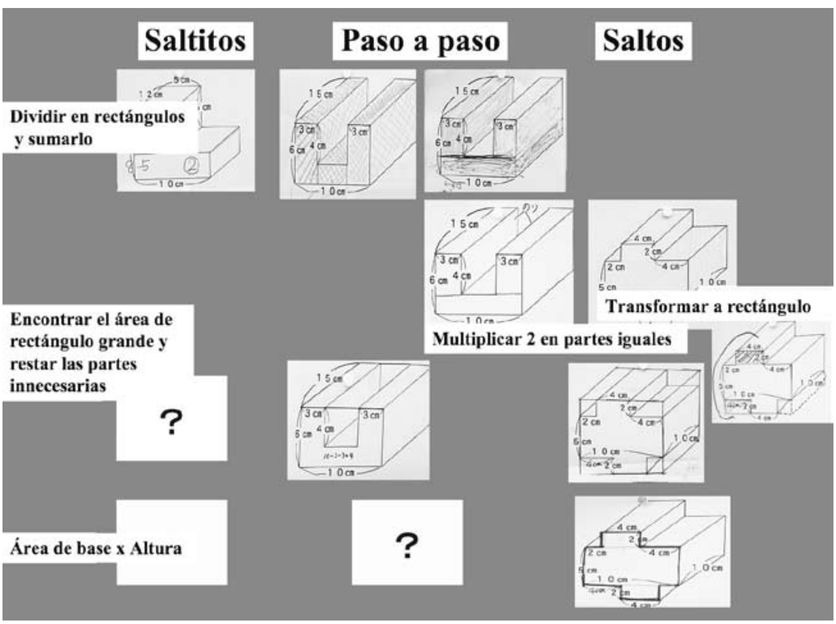


Figura 5.7: Presentación en la pizarra del trabajo de los alumnos, según dos criterios

Según el profesor Shizumi, un tercio de los maestros de primaria en Japón visualizan los procesos de los alumnos. En secundaria la razón es menor.

Al final de la clase quedan expuestas las distintas formas de calcular el volumen, ver Figura 5.7. La clasificación vertical es por nivel de complejidad y la clasificación horizontal hace referencia a las distintas estrategias utilizadas.

La actividad permitió a los alumnos ganar comprensión de la forma de calcular el volumen y les fue atractiva, favoreciendo el desarrollo del interés por la matemática.

2. CARACTERÍSTICAS ESPECÍFICAS DEL ESTILO DE CLASES JAPONÉS

Fases distintivas de la clase al estilo japonés

El Estudio de Clases en Japón contribuyó a que se configurara un "estilo de clases nacional para la enseñanza de la matemática". Se trata de una clase en la que los alumnos se involucran en la resolución de problemas con sentido para ellos que los llevan a dar pequeños pasos en la comprensión del currículo, esto es, en el aprendizaje significativo de nuevos conocimientos haciendo uso de los ya adquiridos.

Este estilo de clases fue identificado por Stigler y Hiebert (1999) conforme al siguiente formato:

- Revisión de la clase anterior
- Presentación de los problemas del día
- Trabajo individual de los alumnos, en sus puestos
- Discusión de los métodos de resolución
- Destacado y resumen del punto principal

Características de la gestión de la clase en cada una de las etapas

Las etapas de la clase se caracterizan por los distintos roles que en ella toman tanto los alumnos como el profesor. En japonés existen términos propios para la descripción de los roles del profesor en las distintas fases y también existen términos para identificar ciertos aspectos distintivos de la clase. A saber:

Hatsumon en la presentación de un problema: Hatsumon significa formular una pregunta clave para atraer el pensamiento del alumno sobre un punto particular en la lección, particularmente, al comienzo, para probar o promover su comprensión del problema.

Kikan-shido durante la resolución del problema por parte de los alumnos: Kikan-shido significa "instrucción en el escritorio del alumno", que incluye un reconocimiento deliberado de la resolución de problemas que hacen los alumnos por sí solos. El profesor se mueve por el aula, inspeccionando las actividades, habitualmente en silencio, evaluando el progreso de la resolución del problema y tomando nota mental de los distintos alumnos que abordaron el problema de la manera esperada, o de otra de interés. En este período el profesor considera preguntas tales como: "¿Qué métodos de solución pediré a los alumnos que presenten primero?" o "¿Cómo puedo dirigir la discusión hacia una integración de las ideas?"

Neriage en una discusión de toda la clase: Consiste en una metáfora para el proceso de "pulir" las ideas del alumno y obtener una idea matemática integrada en una discusión generalizada de la clase. Se lo considera clave para el éxito o fracaso de la clase completa. Basándose en sus observaciones, el profesor ofrece la palabra a los alumnos, pidiéndoles que presenten sus métodos de resolución del problema en la pizarra, seleccionando a los alumnos en un orden determinado (para alentar a los alumnos que idearon métodos ingenuos y para mostrar las ideas de los alumnos). El propósito de la discusión en torno a la pregunta puede ser establecer conexiones entre las visiones de los alumnos o acerca de la eficiencia o aplicabilidad de cada aproximación.

Matome como recapitulación: Es la etapa que muestra una diferencia crítica entre las actividades de aula de otros países. Se trata de un comentario final y cuidadoso acerca del trabajo de los alumnos en términos de sofisticación matemática. En términos generales, el profesor revisa brevemente lo que los alumnos han discutido en la discusión generalizada y recapitula lo que han aprendido en la clase.

Técnicas que complementan el estilo de clases

Durante la clase, el profesor va organizando el uso de la pizarra y, paralelamente, va evaluando la clase y los aprendizajes de los alumnos.

Bansho, se refiere al uso efectivo de la pizarra: el profesor trata de mantener en ella todo lo que se ha escrito durante la clase, sin borrar si es posible. Desde la perspectiva de quien aprende, es más fácil comparar múltiples métodos de solución si aparecen en la pizarra en forma simultánea. Además, la pizarra puede llegar a ser un registro escrito de toda la clase.

Los profesores, asimilando la enseñanza y la evaluación como las caras de una misma moneda, conducen evaluaciones formativas durante la clase para obtener retroalimentación simultáneamente de los aprendizajes de los alumnos y de sus técnicas de enseñanza. Durante Kikan-shido, el profesor inspecciona en silencio las actividades de los alumnos para evaluar su estatus o hacer sugerencias individuales a quienes necesiten ayuda u orientación. Las actividades de enseñanza y de evaluación se integran para asegurar que se estén logrando las metas pedagógicas establecidas sobre la base de los planes de estudio.

Otra técnica es el uso de tarjetas con los nombres de los alumnos, para identificar los modos de pensamiento y la autoría de las ideas.

La resolución de problemas como eje de la clase

Los modelos acerca de la resolución de problemas de al menos tres autores incidieron en la determinación del formato de la clase. A saber, los modelos de Polya, Dewey y Wallas.

Polya identificó cuatro fases para resolver un problema: la de comprensión del problema, la de trazado de un plan de acción, la de ejecución del plan y la de reconsideración o retrospección. Dewey identificó cinco fases: experimentación de una dificultad, definición de la dificultad, construcción de una posible solución, prueba de la solución razonando y verificación de la solución. Las cuatro fases de Wallas son: preparación, incubación, iluminación y verificación.

Como los modelos de resolución de problemas se refieren al trabajo que realiza un individuo, es necesario flexibilizar los tiempos y acomodar los roles de los distintos alumnos con el objeto de ajustar la clase al trabajo de un grupo. De ese modo, una clase podría tener la siguiente estructura:

10 minutos para la presentación y comprensión individual del problema: contempla la lectura atenta del problema y la comprensión de la situación planteada. El alumno aclara la situación problema atendiendo a las indicaciones del profesor y discutiendo con sus compañeros. En esta fase los alumnos pue-

den comparar las similitudes y diferencias entre lo estudiado anteriormente y el problema presente, y proponer las primeras sugerencias de resolución y respuesta.

15 minutos para el desarrollo de una solución personal: En este lapso los niños piensan y trabajan buscando sus propias soluciones al problema. El profesor recorre el aula proveyendo comentarios, orientación y sugerencias a aquellos niños que no pueden encontrar maneras de abordar el problema. El profesor también estimula a aquellos que lo han resuelto a encontrar explicaciones y soluciones alternativas.

10 minutos para progresar mediante la discusión: Algunos, 3 a 5 niños que han resuelto el problema de maneras diferentes, explican su solución en público. Tras escuchar las explicaciones, los niños comparten sus ideas y opiniones acerca de las cualidades, ventajas y desventajas de los distintos aspectos de las soluciones, identificando similitudes y diferencias.

10 minutos para concluir: El profesor presenta un resumen de los puntos clave surgidos en la clase, consolida las ideas y muestra su aplicación a problemas similares.

Las fases se caracterizan por sus distintos énfasis, a saber:

- Captar, intuir, examinar, comprobar y resumir.
- Comprender el problema, proponer hipótesis y analizarlas, aplicar.
- Buscar, pensar, crear, revisar.

Ejemplo de clases centradas en la resolución de problemas

Consideremos una clase que tiene por objetivo que los alumnos piensen una manera de calcular la división de un número de dos cifras por otro de una cifra, en la cual el divisor no cabe de manera exacta en la cifra de las decenas pero sí en el dividendo, por ejemplo, 72 : 3.

Además se supondrá que en la clase anterior los alumnos resolvieron problemas en que el divisor cabía de manera exacta en la cifra de las decenas y de las unidades. Por ejemplo 69 : 3.

Primera etapa, de comprensión del problema: El profesor escribe en la pizarra el problema: “Se reparten en partes iguales 72 papelitos (figuritas) entre 3 personas ¿cuántos recibe cada una?” Atendiendo a la comprensión de los alumnos, el profesor ilustra el problema mostrando 7 pilas de 10 papelitos y dos papelitos adicionales, y explica: “el problema es calcular cuántos papelitos recibe cada persona, cuando se reparten estos papelitos en partes iguales entre 3 personas”. El profesor hace notar que el problema se refiere a un reparto, por lo que es similar al de la clase anterior, que se resolvió usando la división. Este problema es diferente al anterior ya que ninguna de las cifras de 72 es divisible por 3. El profesor guía a los alumnos; “Vamos a encontrar la manera de calcular 72 : 3”.

Segunda etapa, los alumnos desarrollan soluciones personales: Los alumnos piensan en el problema y toman iniciativas propias, mientras el profesor recorre el aula orientando y estimulando. El profesor entrega un papel tamaño doble carta a los niños que han resuelto el problema para que escriban su solución y la presenten al curso.

Tercera etapa, progreso mediante discusión: El profesor fija en la pizarra los papeles de los alumnos que ya terminaron e invita a que cada uno explique su manera de resolver. Los alumnos atienden y luego discuten ante preguntas como ¿se puede aplicar esa manera de resolver a cualquier situación?

¿Se puede usar esa manera rápidamente? ¿Qué semejanza tiene esa manera con respecto a las otras?

Surgen intercambios como “La primera manera de resolver es más fácil de entender porque usa un dibujo para explicar. Dividir 70 en 3 es más difícil que dividir 69 en 3. Descomponer 72 en 69+3 es mejor que descomponer 72 en 70+2. Ayer se calculó 69 dividido en 3.

La revisión de las distintas ideas en público beneficia las ideas de todos y favorece la habilidad para generalizar.

Cuarta etapa, conclusión: El profesor resume y refuerza los puntos importantes, usando preferentemente las palabras de los niños: “se puede repartir el número que queremos dividir en dos números, hacer las divisiones y luego sumar los resultados”. “Otra solución es repartir 10 papelitos entre 3, quedando uno que se suma con los dos sueltos. Luego se dividen en 3 los 60 papelitos restantes. Así cada uno recibió 3, 1 y luego 20, es decir, 24 papelitos.

Dificultades que emergen del formato de clase centrado en la resolución de problemas

Las clases pueden no responder a los procesos de pensamiento de los niños.

Algunos terminan rápido y luego se aburren. Otros no logran entender y pasan mucho tiempo sin hacer nada. Para algunos niños es difícil compartir procesos de pensamiento. No siempre es fácil integrar las dudas específicas de algunos niños.

Por ello es necesario adoptar medidas que permitan sobrepasar estas dificultades. Una medida es la secuenciación detallada del currículo y la respectiva provisión de los problemas tipos en los libros de texto.

Se trata por un lado de la elaboración de programas de estudio que articulen los contenidos de modo que se produzca el mínimo de saltos en los contenidos y se provean a los profesores de textos con actividades ricas que desafíen a los estudiantes y permitan acercamientos desde distintos puntos de vista o estilos de aprendizaje.

Para la implementación del currículo se recurre al método espiral y la sobreposición de contenidos. La imagen del espiral refleja la idea de avanzar en el currículo volviendo a los temas ya tratados pero con una mirada cada vez más amplia o general. La idea de la superposición o traslapado se ha caracterizado con la imagen de pegar papeles con engrudo, sobreponiendo uno parcialmente en el otro, en contraste al pegamento de papeles usando scotch, sin que haya superposición o traslape, sino contiguidad entre los papeles.

Otra técnica desarrollada en Japón se refiere a la publicación de manuales para profesores muy detallados que proveen indicaciones para el tratamiento de las actividades provistas en los textos para los alumnos.

El formato de clase de resolución de problemas, lejos de ser rígido, está abierto a variaciones. Existen variaciones por ejemplo en relación a la fase o método de discusión, cuestión que se retoma desde distintas perspectivas en los capítulos siguientes; por ejemplo, en el capítulo 7 y en el capítulo 11 de este libro. Una variación mayor se refiere a la enseñanza con el "Método de descubrir problemas". En este caso, la tarea propuesta al alumno consiste en que primero descubra cuál es el problema a ser resuelto. Un ejemplo de este tipo de problemas se provee en detalle en el libro de Isoda, Arcavi y Mena (2007, pág. 141).

3. EVIDENCIAS QUE DAN VALIDEZ AL ESTILO DE CLASE CENTRADO EN LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

Evidencias internas del sistema educativo japonés

El éxito del estilo de enseñanza de la matemática en Japón, descrito por Stigler y Hiebert (1999) a partir de estudios comparativos internacionales, deja en evidencia que el esfuerzo por producir un currículo coherente, textos con actividades ricas y otorgar a los profesores oportunidades para el desarrollo profesional a través del Estudio de Clases lleva a la implementación exitosa del modelo de enseñanza basado en la resolución de problemas. Es decir, es la confianza que han depositado tanto los educadores como los administradores de la educación en Japón la que provee el primer índice de validez del estilo de enseñanza basado en resolución de problemas.

El sistema educativo en Japón provee las condiciones para implementar y desarrollar el estilo de clases basado en la resolución de problemas. Los educadores y los administradores favorecen la coherencia curricular por medio de actividades ricas en los textos y manuales con detallados ejemplos de clases para los profesores. Esta articulación coherente del estilo de enseñanza de la matemática basado en la resolución de problemas con las políticas en educación del Japón también constituye una evidencia de la funcionalidad, y en el fondo, de la validez del estilo de clases centrado en la resolución de problemas implementado en Japón.

Evidencias externas provistas por la didáctica

El estilo de clases centrado en la resolución de problemas es consistente con la teoría de situaciones, incluyendo las nociones de contrato didáctico y de situación a-didáctica desarrolladas por Brousseau (1997), los postulados constructivistas de Balacheff (1999) y las ideas de ingeniería didáctica y en particular de la noción de análisis a priori en Artigue (1988). También es consistente con la noción de problema abierto (Arsac, Germain y Mante, 1988) y la estrategia de desarrollo profesional por medio de la investigación acción.

Takashi analiza la calidad de la clase japonesa en cuanto a su ajuste a la teoría de situaciones didácticas, para lo cual toma como referente el modelo de clase implementado por un profesor japonés de reconocida experticia. El contraste se sostiene en el postulado piagetano en relación al aprendizaje: “El estudiante aprende al adaptarse por sí mismo al medio que le genera contradicciones, dificultades y desequilibrio. Para caracterizar los procesos de enseñanza aprendizaje del conocimiento matemático se contemplan cuatro situaciones: acción, formulación, validación e institucionalización, las cuales son tenidas en consideración conforme a las etapas de la clase. También es importante la noción de devolución y el proceso por el cual el profesor pone al estudiante en un juego profesor-estudiante-medio a-didáctico, Brousseau (1997, p. 56). Las situaciones de enseñanza y aprendizaje son modeladas usando la noción de "juegos". Los juegos de los alumnos consisten en jugar con el medio adidáctico que permite la especificación de cuál es la función del conocimiento después y durante el aprendizaje, y los juegos del profesor consisten en organizar los juegos del alumno.

Referencias

Artigue, M. (1988). Ingénierie didactique, en Recherches en Didactique des Mathématiques, 9, 3, 19.

Arsac, G., Germain, G. y Mante, M. (1988). Probléme ouvert et situation-probléme. IREM de Lyon, Brochure Nº 64.

Baker, M., Hansen, T., Joiner, R. & Traum, D. (1999). The Role of Grounding in Collaborative Learning Tasks., Dillenbourg, P., Edited, Collaborative Learning: cognitive and computational approaches, Amsterdam: Pergamon, pp. 31-63.

Balacheff, N. (1999). Is Argumentation an Obstaqcle? Newsletter on Proff, Mayo-Junio 1999. Extraido de http://www.letterdelapreuve.it/

Brousseau, G. (1997). Theory of didactical situations in mathematics: Didactique des mathématiques. Dordrecht: Kluwer.

Isoda, M. (2000). Japan Models in Mathematics Education from the World Perspective Lesson Study and Problem Solving Lesson Style. ICME9.

Isoda, M., Arcavi, A. y Mena, A. (2007). El estudio de clases japonés en matemáticas. Ediciones Universitarias de Valparaíso.

Miyakawa T. (2006). A study of "good" mathematics teaching in Japan. In Proceedings of the APEC International Symposium on Innovation and Good Practice for Teaching and Learning Mathematics through Lesson Study (pp. 119-132), 14-17 June, Khon Kaen, Thailand

National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st Century, Before it too late, http://www.ed.gov/americacounts/glenn/toolate-execsum.html

Shimuza, S. (2008). Country Focused Training Course on Teaching Method of Mathematics Education Conference. Japan International Cooperation Agency. Universidad de Tsukuba.

Stigler, J. and Hiebert, J. (1999). The Teaching Gap, New York. Free Press.

CAPÍTULO 6

La Clase de Matemáticas Centrada en la Resolución de Problemas

La primera sección de este capítulo explica qué es un problema, en particular un problema abierto y da pistas para formular un buen problema para la clase. Finalmente argumenta por qué centrar la clase en la resolución de problemas.

En segunda sección parte con un ejemplo de cómo se construye un problema en el marco del Estudio de Clases y luego explica cómo preparar la clase y en qué consiste la clase centrada en el enfoque de resolución de problemas.

En la tercera sección se desarrolla un ejemplo de cómo transformar una clase de ejercitación en una clase atractiva de resolución de problemas. Se presenta un plan de clases construido por el profesor Hosomizu y se detalla el desarrolllo de algunas actividades matemáticas creativas.

El capítulo finaliza con la descripción de clases que cautivan, siguiendo el modelo del profesor Tsubota.

Temas:

1. El problema de la clase
2. La construcción del problema para la clase
3. Problemas que hacen interesante la ejercitación
4. Clases que cautivan a los niños

1. EL PROBLEMA DE LA CLASE

¿Qué se entiende por problema?, ¿qué es un problema abierto?

Tradicionalmente los textos de matemática han incluido ejercicios al final de cada unidad, para que los alumnos consoliden sus aprendizajes por medio de la práctica repetitiva y el encadenamiento de algunos comportamientos. En adición a los ejercicios, algunos textos incluyen problemas de aplicación, es decir, enunciados verbales referidos a situaciones vinculadas de manera casi directa a los procedimientos ejercitados. Tales problemas no ponen a los alumnos en una situación que derive en la construcción de un conocimiento nuevo para ellos, sino que los expone a una situación en la cual han de integrar los conceptos asociados a los procedimientos recién ejercitados.

En el enfoque de enseñanza, donde el procedimiento que da origen a la ejercitación (algoritmo de la multiplicación, por ejemplo) deriva de la comprensión del concepto asociado (producto, por ejemplo como grupo de objetos que se repite cierta cantidad), el problema de aplicación es sólo un ejercicio.

El verdadero problema es aquel que pone al alumno en una situación nueva, ante la cual no dispone de procedimiento inmediato para su resolución. Por ende, un problema se define en cuanto a su relación con el sujeto que lo enfrenta y no en cuanto a sus propiedades intrínsecas. Un problema puede ser un ejercicio para un alumno de un curso superior y de hecho un enunciado que fue un problema para un alumno deja de serlo una vez que lo resuelve.

El problema por naturaleza es abierto. Para los matemáticos un problema está abierto si no se conoce su solución. Por ejemplo, la conjetura de la existencia de infinitos primos impares consecutivos es un problema abierto. En el ámbito de la matemática escolar se dice que un problema es abierto para un estudiante si éste no dispone de procedimientos estándares para solucionarlo, o bien, el problema tiene varias soluciones.

Los problemas abiertos son de especial interés para desarrollar en los alumnos una conducta de investigación y su pensamiento heurístico. Tienen un valor formativo, más que informativo en la formación matemática de los niños.

Un buen problema para la clase

Un buen problema es accesible a la mayor parte de los alumnos, por ende son buenos aquellos problemas que admiten varios enfoques para su resolución, tanto intuitivos como formales, siendo apropiados para atender a la diversidad de los alumnos de un curso.

Un problema que no tiene solución única o que admite soluciones parciales es particularmente útil para trabajarlo en clases, en el aula donde los ritmos de aprendizaje son distintos. Es usual que los alumnos con mayor habilidad para resolver problemas en matemáticas experimenten la alegría de resolver un problema. Aquellos problemas que admiten distintos caminos y distintas soluciones dan la posibilidad que simultáneamente varios alumnos experimenten la alegría de resolver el problema con originalidad.

En virtud de estos criterios, la selección y el análisis de los problemas antes de su aplicación en el aula constituyen una tarea de relevancia pedagógica. Los problemas encierran potenciales muy variados. La selección y estudio de buenos problemas es una tarea compleja y valiosa en la didáctica de la matemática.

Un buen problema para la clase de matemáticas es consistente con el objetivo de la clase, con los objetivos de mediano plazo de la componente matemática del currículo y con los objetivos transversales del mismo. Un buen problema permite al alumno alcanzar un conocimiento nuevo al poner en juego los ya adquiridos en clases anteriores. También es un buen problema aquel que desarrolla habilidades genéricas propias del quehacer en matemáticas, como pensamiento inductivo, modelación, formulación, representación, argumentación y validación.

En las clases de matemáticas bajo el estilo de resolución de problemas, como ya es tradición en Japón, el profesor expone al alumno un problema que es un pequeño paso en la procedimentalización o en la extensión de un concepto, de modo que el proceso de búsqueda individual del alumno y la instancia plenaria de presentación y discusión de soluciones al problema conlleven una mayor comprensión del alumno acerca del concepto y de los procedimientos asociados.

- **¿Por qué centrar la clase en la resolución de un problema?**

Porque este tipo de clases es proclive a la consecución de los múltiples objetivos que se propone el currículo a través de la matemática escolar. Un problema es un reactivo que involucra al alumno en una actividad orientada a la abstracción, la modelación, la formulación, la discusión, en fin. A partir del enunciado del problema, el profesor entrega a los alumnos la responsabilidad de construir su conocimiento guiando la dinámica de la clase hacia la discusión, la reflexión o la ejercitación según los objetivos propuestos y el tiempo previsto para ello.

El enfoque de resolución de problemas en matemáticas se ajusta a las demandas sociales del currículo. Esto es, a la aspiración de que los ciudadanos se incorporen constructivamente a un país en que la tecnología ha dejado para las máquinas las tareas intelectuales repetitivas y las manuales que exigen fuerza física. El requerimiento social actual y futuro es la capacidad de integración al medio y de adaptación constructiva a los cambios que muchas veces no se prevén.

Desde la perspectiva psicológica, el aprendizaje puede ser entendido como una reconstrucción de la comprensión. La memorización contribuye a que los aprendizajes se retengan pero sólo como conocimientos aislados. Es la resolución de problemas la que lleva al alumno a integrar los conocimientos nuevos a los ya adquiridos, favoreciendo el enriquecimiento de la comprensión y por ende un mejor aprovechamiento de las capacidades personales para la vida del individuo y de su colectivo.

Teniendo en consideración que los formatos de las clases inciden en los objetivos de las mismas, podemos precisar que aquellas clases en que el profesor asume un rol eminentemente de expositor, o en que la actividad del alumno se reduce preferentemente a la ejercitación, los objetivos de la clase se limitan a aprendizajes reproductivos. En el modelo de clases, centrado en la exploración de un problema nuevo para los alumnos, el ritmo y enfoque de la clase es armoniosamente negociado por el profesor y los alumnos. Si bien la clase no conduce a los alumnos por un camino "óptimo" y uniforme, favorece la vinculación del concepto nuevo con los aprendizajes previos de los alumnos.

Si bien el proceso de exploración es lento, lleva a una comprensión más profunda por parte del alumno y tiene ventajas en otras dimensiones que lo hace más eficiente desde una perspectiva más amplia y de largo plazo. Al tener presente el doble objetivo de la matemática escolar: el formativo (habilidades generales de comunicación, pensamiento y actitudes) y el informativo (destrezas y conceptos), el modelo de aprendizaje productivo de resolución de problemas es más eficiente que el modelo reproductivo, de modelación por repetición.

Aprendizaje desde una perspectiva multidimensional

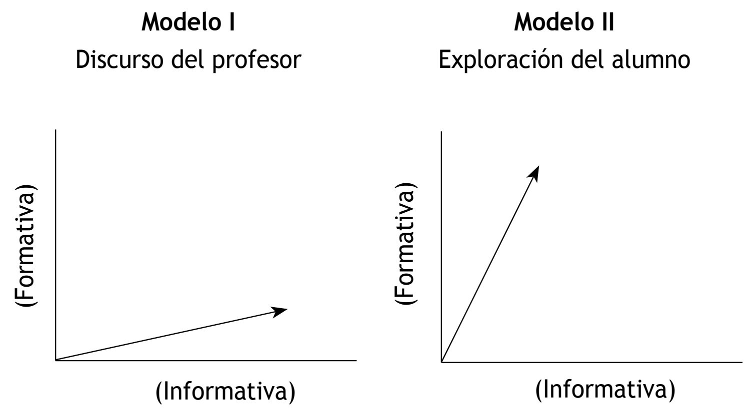


Figura 6.1: Representación bidimensional de la enseñanza

Reflexión:

Analice las dos situaciones de enseñanza presentadas en el video con respecto a la exposición de contenidos por parte del profesor y la exploración del alumno. Para cada video comente su percepción con respecto al desarrollo de conocimientos, procedimientos y actitudes en el alumno: habilidades de pensamiento y comunicación, equidad y participación, igualdad de oportunidades, colaboración, desarrollo social y valores, desarrollo de la personalidad, autonomía y respeto a las diferencias individuales, atención a los conocimientos previos variados.

¿Qué puede hacer un profesor y un sistema educativo para el logro de los objetivos del currículo? ¿Cómo crear una clase en la que todos los alumnos aprendan? Reflexione un minuto y comparta su opinión con sus colegas respecto al siguiente enunciado:

En el proceso de la internacionalización de los últimos 50 años ha habido una tendencia a estudios comparativos que han permitido estudiar la relación entre los niveles de aprendizaje de los alumnos y distintos factores como la articulación del currículo, la de la clase, la formación del profesor, y otros como la gestión de las escuelas, el honorario de los profesores y el gasto en educación. Las conclusiones de estos magnos estudios, sin que estén exentos de controversias, abogan por la importancia de la participación intelectual activa del alumno en el proceso de aprendizaje.

- El uso de problemas abiertos frente a la diversidad

(1) Los problemas ampliables o de final abierto: Solucionar problemas es la norma en las clases de matemáticas porque aprender cómo solucionar problemas se considera importante. Sin embargo, muy a menudo incluso si hay varias maneras de solucionar el mismo problema, hay solamente una respuesta correcta. Algunas personas encuentran que este es un enfoque renovado y les gusta. Por otra parte, otras personas detestan el hecho de que haya solamente una respuesta no negociable. ¿Qué sucede cuando hay varias respuestas posibles en vez de una sola respuesta correcta? Si uno pregunta, "¿cuánto es 3 + 4?" un chico disparará la respuesta "¡7!" y es así. Sin embargo, si preguntamos, "¿qué pares de números suman 7?". Hay muchas respuestas posibles. Por supuesto, habrá estudiantes que contestarán "3 + 4", otros podrían dar la respuesta opuesta, es decir, "4 + 3". Algunos niños dirán "1 + 6", mientras que otros dirán "0 + 7". Estudiantes de grados más altos que digan 1.6 + 5.4 también sería correcto. De esta manera, la idea de trabajar con fracciones puede empezar a funcionar con bastante rapidez.

La introducción de tales problemas en clase que implican varias respuestas correctas permite que muchos niños se sientan involucrados en la lección. Como cada una de las respuestas es correcta, el número de niños evaluados positivamente aumentará. Los problemas que tienen varias respuestas o finales correctas se llaman los problemas ampliables o de final abierto, y las clases que utilizan tales problemas se dice que son de enfoque de final abierto.

(2) Tipos de problemas de final abierto. El problema dado en el ejemplo antedicho es un problema estructurado de manera inverso debido a la manera en que se han ubicado las condiciones y las respuestas. Hay muchos otros tipos de problemas de final abierto. Los problemas que permiten a los estudiantes descubrir una regla son un tipo. Un ejemplo de este tipo es uno que se refiere a la búsqueda de propiedades en la tabla de multiplicación. Los problemas de clasificación donde los estudiantes distinguen los números desde varios puntos de vista son otro tipo de problemas.

Existen también los problemas de conversión numérica, donde uno tiene que pensar en usar un método de ordenamiento cuando los equipos compiten en maratones. La puntuación del mejor del equipo, o bien, del promedio del equipo se puede utilizar como la puntuación del grupo. Además, los problemas de condición insuficiente se pueden a veces considerar como problemas de final abierto. Un problema de este tipo sería: el número 36 está formado por cierta cantidad de decenas y cierta cantidad de unidades. La pregunta requiere como respuesta que contiene una combinación de números, así "3 veces 10 y 6 por 1" es correcta. Sin embargo, un pensamiento cuidadoso revela que la respuesta dada arriba no es la única. Otras respuestas, como "2 por 10 y 16 veces 1" también son correctas. El pensar en estas posibilidades se hace necesario para hacer cálculos con reservas, como por ejemplo "36 - 19," porque el cálculo de los dígitos para la unidad 1 requiere la idea de que se preste desde la cifra de las decenas. Así, los estudiantes están conscientes de que aunque la respuesta sea particular, es correcta, habiendo otras respuestas posibles igualmente correctas. Usando las técnicas descritas arriba, pueden ser creados distintos problemas de final abierto. Las lecciones futuras pueden entonces mejorarse incorporando este tipo de problemas con el objeto de desafiar a la diversidad en el pensamiento del estudiante. En las clases de matemáticas, es posible alejarse de la noción de que solamente los temas convencionales deben ser estudiados.

De esta manera, los niños ganarán seguramente experiencia en buscar respuestas por sí mismos, y adquirirán la capacidad de ver a su alrededor desde una perspectiva más amplia, así demostrando habilidades diversas de resolución de problemas no sólo dentro del reino de las matemáticas sino también al hacer frente a diversos acontecimientos de la vida real.

2. LA CONSTRUCCIÓN DEL PROBLEMA PARA LA CLASE

Sin profundizar en un marco teórico para la construcción del problema de la clase, cuestión tratada en los capítulos 6 y 7, se destacan en esta sección criterios cercanos al sentido común que ayudan al docente a planificar la clase.

- Construcción del problema: un caso en la escuela de Tsuta

El relato de Fernández y Yoshida (2005) en relación al Estudio de Clases en la escuela de Tsuta es una buena forma de entrar en el tema. En un comienzo la propuesta de enseñanza para los alumnos de Tsuta fue comenzar con el problema de restar 19-8 porque el curso tenía 19 alumnos y 8 eran mujeres, lo cual era una situación concreta para los niños. Pero en la conversación entre los profesores se dijo que esa situación estaba forzando el sentido de la situación y que se debía decidir con argumentos matemáticos, qué números eran más apropiados. Luego, decidieron elegir nuevos números ligándolos a la actividad de recoger hojas caídas de los árboles en otoño, la estación del momento, lo que sería significativo para los niños. Además, podrían vincular el tema con el árbol genealógico y la familia, que era el tema que trataban en la asignatura Vida, en ese momento. Además, usarían el formato "El niño … recogió __ (número) hojas". En cartulina con el dibujo de un árbol pegarían varias hojas ajustadas a las ramas. En cada hoja pegarían fotos de los integrantes de su familia. Surgiendo preguntas como ¿cuántas hojas no fueron usadas?, ¿cuántas sobraron?

Los profesores que preparaban la clase decidieron que restar 7 a 12 era un buen problema. 12 era bueno, ya que cualquiera sea el número de integrantes de la familia como sustraendo, la resta requeriría usar reservas y agrupar. Recogerían más de 12 hojas de los árboles, pero la profesora les pediría 12 hojas limpias para hacer el collage con el árbol genealógico. El problema sería 12-7 ya que se adaptaría a la realidad del contexto elegido. Decidieron que los niños trabajaran en algunos problemas previos, antes de enfrentar el problema principal. Pensaron en 10-2 y en 10-5, que serían fáciles para los niños por no requerir la estrategia de agrupación.

La profesora con más experiencia sostuvo que los niños podrían aplicar la estrategia del suplemento, para llegar a 10, podrían restar 5 y resolver 12-2 sin necesidad de reagrupar. Inventaron contextos para la situación, como por ejemplo que la profesora recolectó 12 hojas, pero tuvo que dar 2 a un niño,

¿con cuántas hojas quedó la profesora?

Luego, sugirieron ejercicios para practicar. 12-9 les pareció adecuado, porque ninguna familia tenía 9 miembros y sería un cálculo nuevo. Un profesor sugirió 6 y no 9, pues 9 está cerca de 10. La idea no prosperó porque 7 y 6 están cercanos. Así avanzó la discusión acerca de la proposición del problema de la clase.

- ¿Cómo preparar la clase bajo el enfoque de resolución de problemas?

Preparar la clase bajo este enfoque involucra preparar un problema que motive a los alumnos a buscar regularidades, por ejemplo, ¿qué multiplicaciones en los naturales tienen como producto 600? Detrás de esta pregunta aparecen los divisores de un número, y más al fondo, la descomposición prima del mismo.

Para planificar la clase los profesores japoneses usualmente identifican una situación preliminar que los alumnos pueden resolver con sus conocimientos previos y una situación asociada, algo más compleja que no pueden resolver de manera inmediata por estar asociada a la vez a un conocimiento no adquirido previamente. Sin embargo, en la resolución del nuevo problema el alumno es desafiado a poner en juego las estrategias, de manera más generalizada, usadas para la resolución del problema inicial.

El desafío propuesto es una herramienta para cultivar en los alumnos el pensamiento inductivo que les permita por ejemplo explicar regularidades. En el planeamiento de este proceso que favorece el desarrollo de variadas formas de pensamiento, el profesor, o grupo de profesores, idea preguntas para los alumnos, como por ejemplo, ¿por qué resulta?, ¿funcionará en otros casos? Así, el profesor favorece el desarrollo del pensamiento deductivo en los alumnos, mientras están construyendo un nuevo conocimiento, como podría ser "una forma para multiplicar números de dos dígitos".

El desafío propuesto pone al alumno en conflicto, se encuentra ante una situación que en su expresión simple es capaz de resolver, pero ahora no. El alumno se ve obligado a volcar su pensamiento hacia sus propias capacidades a la extensión de sus conocimientos, a la re-conceptuación de sus ideas. Se ve en la necesidad de disponer de nuevos procedimientos para resolver una gama más amplia de situaciones. El alumno ha sido desafiado a asumir la responsabilidad de su aprendizaje.

- La clase centrada en la resolución de problemas

La clase ha de entenderse como un proceso y el problema como un vacío o diferencia entre un estado actual y uno esperado. El proceso consiste en que el alumno pasa del estado inicial al deseado recurriendo a elaboraciones personales.

Durante la clase se espera que el alumno por iniciativa propia o por efecto de la comunicación con sus pares avance en la construcción de conocimientos, la extensión de saberes y la superación de los conflictos. Por ende, la tarea del profesor es disponer de recursos para que el proceso fluya y los alumnos avancen hacia la consecución de la meta: ganar comprensión, disponer de técnicas de mayor alcance, extender los significados a nuevos ámbitos, desarrollar procesos de pensamiento.

El problema o la pregunta de la clase se construye usualmente en el contexto de los contenidos del currículo, de modo que la exposición de los alumnos a estas situaciones problemáticas que contribuyen al desarrollo de sus formas de pensar de carácter inductivas, deductivas o analógicas, contribuyan también a (a) la comprensión, profundización, extensión y procedimentalización de conceptos matemáticos, (b) al desarrollo de formas de representación de los objetos matemáticos, y (c) al desarrollo de distintas formas de comunicación, explicación, argumentación, provisión de ejemplos y contra-ejemplos, declaración de condicionales del tipo “si… entonces” y “si no”, la provisión de conjeturas, entre otras.

El problema propuesto para la clase debe tener un alcance limitado, de modo que sea posible avanzar en la consecución de la meta en el lapso de los 45 minutos disponibles en la clase y en el rango de la capacidad de concentración de los niños en una tarea que les exige concentración. Los procesos de búsqueda no debieran sobrepasar los 20 minutos, pues de lo contrario será infructuoso mantener a los alumnos concentrados. Se tendrá en mente un pequeño paso, una actividad en la que todos los alumnos se sientan participando y en la que atiendan los objetivos.

El profesor anticipará su rol durante la clase, tendrá decidido cómo presentará el problema a los alumnos, el contexto y el diálogo a tener con ellos. El profesor anticipará las posibles formas de pensar de los alumnos, ¿cómo ellos podrían estar abordando el problema?, ¿qué dificultades podrían tener?, ¿frente a qué obstáculos podrían estar detenidos?, ¿qué podrían estar aprendiendo en el proceso?

Alumno: Cuando estudiamos el caso para un dígito…

Alumno: La explicación de la clase pasada podría…

Profesor: Por favor, recuerde…

La pregunta central de la clase puede estar vinculada a una secuencia de preguntas que hagan fluir la clase hacia procesos de pensamiento de nivel superior. Siendo conveniente partir con una situación que ponga en juego los conocimientos ya adquiridos por los alumnos, es deseable que la actividad provoque en todos los alumnos una sensación de éxito y capacidad para abordar la próxima tarea.

La pregunta central puede consistir en “pensar una forma de calcular” frente a un tipo de situación aditiva o multiplicativa por ejemplo. El alumno debiera elaborar una forma propia de calcular teniendo en consideración los aprendizajes ya adquiridos. El alumno dispondrá ya de un modelo para preguntas parecidas y deberá adaptar su modelo, extenderlo, para conseguir una nueva forma de calcular exitosa para el tipo de problema que se le propone

Pero no bastará que encuentre la nueva forma de calcular o extienda la ya aprendida. Le será requerido que argumente su respuesta, que la valide y eventualmente que explique a sus compañeros por qué esa respuesta es adecuada, y más allá tendrá que vincularla con las respuestas de los compañeros, reflexionando en cuanto a la facilidad y eficiencia de su forma de proceder.

En la preparación del problema el profesor habrá de figurarse cómo lo va a abordar el alumno, ¿cuánto avanzará?, ¿qué hará en clases el alumno que ya alcanzó la respuesta o la sabía de antemano?, ¿cómo evitará que algunos alumnos se aburran? O ¿cómo atenderá a los alumnos que están quedando atrás?

El profesor deberá preguntarse por el sentimiento que desarrolla el alumno que siempre tiene dificultades. Y en consecuencia deberá desarrollar preguntas complementarias, material concreto, formas de representación alternativas, para poder gestionar la clase de modo que la mayoría sino todos los alumnos se sientan partícipes y avancen en su comprensión.

La pregunta central estará inmersa en una situación problema que favorezca la comprensión del alumno y que lleve a que surja en él la necesidad de buscar la respuesta al problema. El tema debe llegar a ser familiar para el alumno y las tareas requeridas deben ser comprendidas por él. El profesor debe imaginar las distintas respuestas parciales o completas de los alumnos y debe desarrollar ideas para conducirlas a una integración.

El profesor dispondrá de un repertorio de preguntas complementarias o meta preguntas que le permitirán conducir la clase de modo que los alumnos profundicen en el contenido -¿Cuál es la respuesta?, ¿cuántas maneras puede encontrar que lleven a la solución?- y que conduzcan a los alumnos hacia nuevas formas de pensamiento: ¿En qué difiere la forma en que lo hizo tu compañero?

Además, el profesor debiera reflexionar acerca de las posibles estrategias de enseñanza a tener en cuenta: ¿Qué se podría enseñar a los alumnos a partir de esta situación?, ¿qué tipo de preguntas se podrían formular y en qué momento sería más apropiado formularlas? El profesor ha de preguntarse ¿cómo puedo optimizar el proceso?, ¿qué podría preguntar más allá de cómo calcular? Podría cuestionarse sobre qué otros procesos podrían llevar adelante.

La siguiente sección es un ejemplo de cómo un profesor se cuestiona a sí mismo para producir cada vez mejor sus clases.

3. PROBLEMAS QUE HACEN INTERESANTE LA EJERCITACIÓN

Lo ideal es un plan de clases en el que emergen preguntas y más preguntas,

En el siguiente ejemplo, el profesor Hosomizu presenta una forma de planear la clase teniendo en consideración el estilo de clase centrado en la resolución de problemas y en la necesidad de cumplir con el requerimiento de trabajar los contenidos del currículo.

- Un plan de clases en el que emergen preguntas

El siguiente plan de clases fue construido por el profesor Yasuhiro Hosomizu de la Escuela Primaria Anexa a la Universidad de Tsukuba, con el objeto de desarrollar una clase en la cual los alumnos digan "¡Mmh!, de esta forma sí que es fácil calcular". Esta clase fue planeada en el contexto de la enseñanza del cálculo vertical de la multiplicación en tercer grado. El profesor Hosomizu se planteó la pregunta ¿cómo desarrollar lecciones en las que los alumnos aprendan el cálculo vertical mientras disfrutan el proceso de pensar a través del razonamiento? Frente a ella elaboró dos ideas: crear oportunidades en las que los alumnos vivan la experiencia de entusiasmarse mientras piensan desde una perspectiva matemática, y desarrollar actividades matemáticas creativas.

El profesor Hosomizu y su grupo de estudio se dieron cuenta que una vez que los alumnos ya captan el cálculo vertical de la multiplicación para números de dos dígitos, las actividades posteriores de ejercitación -cuya finalidad es proveerles de precisión y rapidez en el cálculo-, tienden a ser aburridas y monótonas para ellos, y eso trae como consecuencia que aquellos alumnos que habían comenzado a tener iniciativa en su aprendizaje y se divertían pensando, se transformen en alumnos más pasivos. Teniendo en cuenta lo anterior, el profesor decidió idear un nuevo plan de clases; un plan en el cual durante la práctica del cálculo vertical, los alumnos se enfrenten a situaciones y problemas donde los mecanismos del cálculo les atraigan la atención y les interesen.

Esto es, el profesor Hosomizu se propuso desarrollar una lección en la que los alumnos puedan ir reconociendo regularidades o propiedades de los números y las operaciones, aun cuando no las puedan ver con claridad. Lo que llevaría a los niños a buscar información adicional, proceso al cual deben poner atención los profesores. El profesor Hosomizu supuso que esta serie de actividades podría cultivar en los alumnos la habilidad para buscar y construir patrones usando el pensamiento inductivo.

El profesor Hosomizu razonó de la siguiente forma: una vez que los alumnos llegan a visualizar un patrón, les surgen nuevas preguntas: ¿Por qué se tiene la regularidad, de dónde procede? ¿Es cierta la regularidad para todos los casos? Entonces, los alumnos dirigen sus acciones teniendo en mente esta nueva información sobre el problema, la regularidad. Así, sugiere Hosomizu que un profesor puede mejorar la habilidad de los alumnos para pensar, esto es, favoreciendo el desarrollo cognitivo y proveyéndole experiencias de razonamiento deductivo.

Para este propósito, el profesor Hosomizu propuso usar la multiplicación de números de dos cifras que coinciden en la decena y terminan en 5. La Figura 6.2 muestra dos regularidades que aparecen en este tipo de cálculos, las dos últimas cifras del producto es 25 y las anteriores se obtienen del producto del dígito de las decenas multiplicado por su sucesor. También mantuvo como objetivos de la lección que los alumnos aprendan la alegría de descubrir un patrón que facilita los cálculos, y la alegría de trabajar en conjunto para encontrar regularidades y pensar acerca de por qué ocurren.

```
1)    2 5                 2)     9 5
    X 2 5                      x 9 5
    1 2 5                      4 7 5
    5 0                      8 5 5
    6 2 5                    9 0 2 5
     |   |                     |    |
   2x3  5x5                 9x10  5x5
```

Figura 6.2: Encontrando regularidades en la multiplicación

- Desarrollo de actividades matemáticas creativas

Hosomizu consideró importante crear el máximo de oportunidades posibles en las que los alumnos tomen la iniciativa en su aprendizaje, y en las que el profesor pueda observar el proceso. Para ello, ideó un plan de clase en el que emerjan actividades matemáticas de los siguientes tipos.

• Actividades matemáticas que hacen a los alumnos darse cuenta que podrían existir regularidades.

Actividad: El profesor presenta el cálculo vertical de tres multiplicaciones en la pizarra, como lo muestra la Figura 6.3, y pide a los alumnos que en conjunto resuelvan (examinen, pues ya están resueltos). Nota: Esto da la oportunidad para que los alumnos empiecen a percatarse de que podrían haber regularidades.

```
1)    2 5       2)     3 5        3)     4 5
    X 2 5            x 3 5             x 4 5
    1 2 5            1 7 5             2 2 5
    5 0            1 0 5             1 8 0
    6 2 5          1 2 2 5           2 0 2 5
```

Figura 6.3: Examinando regularidades en la multiplicación

Los alumnos comienzan simplemente revisando (resolviendo) los ejercicios que les fueron presentados. Por su lado, el profesor tiene que observar las reacciones de los alumnos mientras trabajan. Mientras hacen los cálculos empezarán a murmurar frases como: “El próximo cálculo tendrá que ser 55x55” e “Mmh, todos terminan en 25”. Ahora los niños están anticipando (planteando conjeturas) y tratando de avanzar en la comprensión de las regularidades observadas. Aquí, la tarea del profesor es alentar aquellos murmullos y comportamientos de búsqueda.

Una vez que captan las características de los números en las columnas, empiezan a notar las regularidades: “En todas las multiplicaciones los multiplicandos se repiten, tienen dos dígitos y la cifra de las unidades es 5”.

• Actividades matemáticas para obtener información que les ayude a reconocer regularidades.

Actividad: Una vez que los alumnos resuelven 45x45, el profesor les pregunta “Ahora podrían rápidamente (sin hacer el cálculo) imaginar la solución de 95x95?” En ese momento los estudiantes comenzarán a trabajar por sí mismos para obtener información que les pueda ayudar a ver las regularidades. Los alumnos empezarán a recoger información desde distintas perspectivas. Algunos harán los problemas uno a uno: 55x55 = 3025, 65x65= 4225…. Otros, revisarán la información en los problemas llegando hasta 45x45; o bien, trataran de resolver el caso más simple, 15x15.

Después de calcular 95x95 = 9025, pensarán en varias direcciones tratando de encontrar las regularidades. El rol del profesor es poner atención a las reacciones de los alumnos y a los esfuerzos que hacen para tratar de encontrar esas regularidades y sus justificaciones. La tarea para el profesor no es simplemente esperar que los alumnos identifiquen las regularidades, sino que debe intentar captar los procesos de pensamiento de sus alumnos, debe poner atención en cómo los alumnos avanzan en el proceso. El profesor puede decir en voz alta lo que algunos alumnos están haciendo, dando pistas para que el resto del curso pueda avanzar y fortalecer la habilidad de emprender la acción. Algunos alumnos se darán cuenta que el número formado por los dígitos de las centenas a la izquierda se obtiene multiplicando el dígito de las decenas del multiplicando por su sucesor.

• Actividades matemáticas que desafían a pensar la razón por la cual funcionan las regularidades

El profesor Hosomizu destaca que en una lección en la que los alumnos descubren regularidades, siempre aspiramos a que piensen preguntas como ¿Por qué funciona esta regla? y ¿En qué condiciones se puede seguir aplicando?, de manera que se creen momentos en los que los alumnos piensen las razones por las cuales operan tales regularidades. Teniendo presente que esta lección es para tercer grado, para algunos alumnos podría ser difícil producir razonamientos. En este caso, el profesor debiera apoyar, animando a los alumnos a que "comprueben el funcionamiento de las regularidades en otras situaciones" y que "piensen en las regularidades haciendo uso de diagramas".

• Actividades matemáticas desde un enfoque desarrollista

Los alumnos probablemente pueden entender que las regularidades funcionan en todos los problemas de dos dígitos, hasta el producto de 95x95. Luego, se puede intentar planear actividades que contribuyan al desarrollo del pensamiento, como por ejemplo expandiendo la lección a números de tres dígitos o cambiando las condiciones como se muestra en la Figura 6.4. La Figura 6.5 muestra un plan para un desarrollo más profundo de la lección

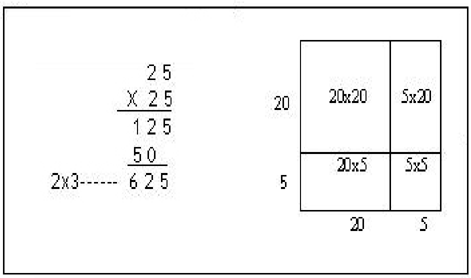


Figura 6.4: Identificando regularidades numéricas usando visualización

Números de tres dígitos	La suma en las unidades es 10	Los dígitos de las decenas son distintos
105	23	25
X 105	x 27	x 35
525	161	125
105	46	75
11025	621	875
(10x11)	(2x3)	No funciona

Figura 6.5: Refutando hipótesis acerca de regularidades

El Plan de la clase

Objetivo de la clase: Encontrar las regularidades y pensar sobre su funcionamiento y aplicación mediante cálculos verticales interesantes.

Tabla 6.1: Matriz del plan de la clase

Actividad de aprendizaje del alumno	Acerca de la enseñanza
1. Desarrollar los siguientes cálculos verticales: 1) 25 2) 35 3) 45 X 25 x 35 x 45 125 175 225 50 105 180 625 1225 2025 La multiplicación de DUxDU tiene la misma cifra en D y la cifra U es 5.	Escribir en la pizarra los cálculos verticales uno por uno en la pizarra y dar tiempo para que los alumnos los examinen. Identificar, desde los murmullos y las acciones de los alumnos, las regularidades identificadas en los factores. Anotarlas en la pizarra.
2. Buscar las regularidades en el producto. "Puede decir cuál es el resultado de 95x95 sin calcular?" Pedirles que obtengan la información necesaria para encontrar la regularidad. Los alumnos toman distintos caminos. Algunos multiplican 15x15, otros continúan con 55x55 y 65x65. Otros prueban directamente en 95x95. Hay producciones de los alumnos. Algunas regularidades o reglas: En el producto o resultado DU es 25. Las diferencias entre resultados consecutivos es 400, 600 y 800. Y la diferencia de las diferencias es 200 Las primeras dos cifras es Dx(D+1)	Los alumnos toman conciencia de que hay una regularidad en el resultado. Darles tiempo para que inspeccionen. Solicitar a los alumnos que registren las regularidades que encuentren.
3. Explicar las regularidades encontradas: "¿Qué tipo de regularidades encontraste?" Alumnos: 95x95= 9025. DU es 25 y UmC es 9x10 es decir Dx(D+1)	Presenten los pasos que siguieron para encontrar las regularidades, y confirmar que los alumnos entienden que no sólo interesan los resultados sino también el proceso.
4. Pensar por qué funciona la regla, de dónde viene la regularidad? "¿Se mantiene la regularidad en cualquier situación?" Se incluyen diagramas para 15x15 y 25x25. Ver Figura 6.4.	Explicar la estructura de las regularidades en términos simples para que entiendan los alumnos. Si para los alumnos es difícil entender el esquema bajo el cual se mantiene la regularidad, use diagramas.
5. Piense cómo seguir adelante con este problema "¿Funcionará para números más grandes?" "¿Funcionará si los números de las decenas son distintos?"	Hacer que los estudiantes piensen en cómo se puede extender la regularidad.

4. CLASES QUE CAUTIVAN A LOS NIÑOS

Los grupos de Estudio de Clases en Japón han sido muy productivos en identificar y desarrollar destrezas de enseñanza. De hecho se ha constatado un interés mundial en la última década por aprender de la educación matemática japonesa, y más específicamente de sus grupos de Estudio de Clases. El desarrollo de la educación matemática japonesa sin dudas se fortalece por el hecho de que los profesores en Japón continúan estudiando incluso después de llegar a ser profesores.

En los Estudios de Clases, el profesor practicante abre su aula a un gran número de profesores. Los profesores que participan se dan cuenta de que existen métodos de enseñanza que difieren de los propios y aprenden de que se pueden usar en las clases otros materiales diferentes a los textos. Los profesores participantes encuentran que lo que los alumnos dicen y lo que ellos piensan es de interés, y esta experiencia cambia su propia mirada sobre la enseñanza. Ellos entonces se proponen crear sus próximas propias clases más cautivadoras. Los grupos de Estudio de Clases generan tales actitudes proactivas en los profesores participantes.

El Estudio de Clases está recibiendo atención de profesores de muchas naciones avanzadas, como EE.UU., y en desarrollo, como el caso de Chile. ¿Por qué? Una razón es porque para muchos países éste es un método nuevo para implementar el currículo. El estudio de lecciones es conocido especialmente como método para desarrollar los contenidos de enseñanza. Otra razón para implementarlo es cubrir la necesidad de mejorar la capacidad de los profesores, para así mejorar la aptitud escolar de los estudiantes.

En el marco de la difusión internacional se destacan las clases del profesor Tsubota, vice director de la Escuela Anexa de la Universidad de Tsukuba.

Una clase centrada en el por qué

(Cómo pasar desde el enfoque de transmisión de conocimientos al de la clase centrada en la resolución de problemas).

Para el profesor Tsubota, en la actualidad el tipo de lecciones que evocan mayor interés, tanto a profesores como educadores, no son del tipo para transmitir conocimientos, sino del tipo creativo, donde los estudiantes son desafiados a hacer descubrimientos por ellos mismos. El profesor Tsubota aclara que en los inicios de la era Meiji, unos 130 años atrás, Japón era un país en desarrollo. En ese tiempo, el foco en educación fue impartir el máximo conocimiento posible a los niños y las clases fueron del tipo de transmisión de conocimientos. Los estudiantes de ese período deberían recordar lo que les era enseñado por aprendizaje por repetición. Ellos fueron evaluados en términos de la memoria y su capacidad para absorber información. Sin embargo, el profesor Tsubota advierte que en la sociedad basada en el conocimiento, es deseable diseñar clases en las cuales los niños aprendan por sí mismos cosas, como hacer descubrimientos trabajando en conjunto y consultándose con sus pares. Las clases deben incentivar la capacidad de los niños para adaptar y desarrollar conocimiento, compartir e influir en otros. Tales clases tienen un fuerte impacto en los niños y les da la capacidad de usar el conocimiento ya adquirido.

El profesor Tsubota muestra un ejemplo asociado a este tipo de clases en el contexto de la enseñanza de la tabla de multiplicar. Él comenta que es usual que con la llegada del otoño en Japón, en todos lados se vea a los alumnos de 2º grado prepararse para recitar la tabla de multiplicar en frente de sus profesores pues memorizar la tabla es parte de la tradición en Japón. ¿Qué tipo de ayudas dan los profesores para que los alumnos aprendan las tablas de multiplicar? La siguiente secuencia de pasos se usa a menudo cuando se enseña la tabla de multiplicar:

(1) se construye el significado de la multiplicación a partir de una situación conocida, formas de contar y múltiples sumas,

(2) se extiende la tabla de multiplicar hasta 9 veces 9 por medio de exploraciones,

(3) se le pide a los estudiantes que reciten la tabla y se les pide que la apliquen, y

(4) la tabla de multiplicar, como un todo es usada con el objeto de encontrar patrones o regularidades de la adición, sustracción y multiplicación.

En esas actividades, muchos profesores se concentran en (3). Sin embargo, los estudiantes no deben solamente memorizar las tablas como si fuera un tipo de canción. En (4), a ellos se les debiera dar actividades en las cuales puedan descubrir el alineamiento hermoso de los números en las varias filas de respuestas que aparecen en la tabla de multiplicar. Por ejemplo, la suma de los dígitos de las unidades y el de las decenas de cualquier producto en la tabla de multiplicar por 9 es siempre igual a 9, por ejemplo 9x7 =63, 6+3=9.

Más aún si se toma cualquier producto de la primera mitad de la fila en la tabla del 9, y se suma éste al correspondiente número del producto del extremo opuesto de la segunda mitad, el resultado será 90. Tome por ejemplo 9x1=9 y 9x9=81, y 9 +81=90 y similarmente 9x2=18 y 9x8=72, y 18+72=90.

Mientras los niños descubren tales reglas, no hay que limitarlos solicitándoles simplemente que reciten la tabla de multiplicar sin intentar que adquieran un rico sentido de los números. Pues, los niños aprenden muchas cosas como hacer descubrimientos, encontrar modelos o patrones numéricos o usar los patrones para extender la tabla. Pensando en la actividad, los niños aprenden a mirar los números y a desarrollar su sentido del número. El rol del profesor es encontrar las formas de promover tal aprendizaje, por lo que debe desarrollar las destrezas de enseñanza necesarias para ello.

Ejemplo de una clase de aritmética que cautiva a los niños

(1) El objetivo es que los niños lleguen a la etapa del "por qué".

Cuando los niños descubren aspectos problemáticos en las situaciones o problemas que se les presentan, desarrollan un sentimiento de "asombro". Idealmente las clases debieran diseñarse para que los niños alcancen este sentimiento y tengan interés por indagar el "por qué". Los materiales de enseñanza se desarrollaron para que los alumnos vieran en esta clase dos expresiones multiplicativas y se asombraran por el hecho de dar el mismo resultado. Ellos se preguntan ¿por qué?, y observando con cuidado estas expresiones encuentran relaciones entre los números, transforman la expresión y desarrollan una respuesta. Las expresiones se dan por escrito a los niños, específicamente, una multiplicación con doce veces el factor 4 y otra con ocho veces el factor 8:

(A) 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4

(B) 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8

Se les pregunta a los niños cuál de las expresiones lleva a un resultado mayor. Sin embargo, la respuesta no les es fácil de encontrar, incluso cuando hacen los cálculos en papel. Entonces a los niños se les permite usar calculadora para obtener la respuesta. En este nivel pueden usar la función constante presionando "4xx" y sucesivamente la tecla "=". Cuando lo hacen bien, la calculadora muestra en el visor en ambos casos el mismo resultado, 16 777 216.

En este momento aparece en la mente de los alumnos la pregunta ¿por qué las respuestas son iguales? El resto del tiempo de la clase gira en torno a esa pregunta. Los niños intentan responder a la pregunta, discutiendo el problema entre ellos. La tarea del profesor es dirigir la discusión hacia el pensamiento matemático. Por ejemplo, el profesor debiera tratar que los niños ganen una comprensión de las relaciones entre el número 4 y el 8, como por ejemplo notando que 4 x 4 x 4 = 64 y 8 x 8 = 64 son iguales, o que los números se pueden reducir como 4 = 2 x 2 y 8 = 2 x 2 x 2. La estructura de este problema usa el hecho de que $4^{12} = 8^{8}$, en otras palabras, $4^{12} = (2x2)^{12}$, $8^{8} = (2x3)^{8}$.

(2) Iniciando la clase

"Ahora escribiré dos expresiones matemáticas en la pizarra. Tan pronto termine, les preguntaré cuál de ellas tiene el resultado mayor. Espero que den una predicción intuitiva, entonces levanten la mano para la expresión que piensen que es mayor". El profesor entonces escribe las siguientes dos expresiones en silencio en la pizarra. Los alumnos miran atentamente a la pizarra mientras el profesor escribe las expresiones. Ellos están pensando en los dos problemas de adición.

(A) 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4+ 4 + 4 + 4 + 4

(B) 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8

Después de escribir las expresiones en la pizarra, el profesor dice: "Bien, entonces preguntaré. Primero, ¿quién piensa que el resultado de A es más grande?" Pocos alumnos levantan su mano. El profesor continúa con, ¿quién piensa que B lleva a una respuesta mayor? En este momento muchos alumnos levantan su mano. La mayoría piensa que B es más grande. El profesor, entonces pregunta ¿por qué piensa eso? Es probable que los alumnos den muchas respuestas diferentes. El profesor pregunta a uno de los alumnos que levantó su mano ¿por qué piensa eso?

A.: Calculé la respuesta. Pensé en una adición simplemente.

El profesor pregunta: "Bien, entonces, ¿cómo calculaste la respuesta?" A lo cual el alumno replica que usó la multiplicación. Cuando solicita que escriban la expresión, el alumno escribe:

(A) 4 x 12 = 48

(B) 8 x 8 = 64

La mayoría de los alumnos concuerda en que es correcto. El profesor pregunta entonces: “¿alguna otra razón?” Otro estudiante da otra razón. Va a la pizarra e intenta explicar dibujando líneas entre las expresiones.

(4 + 4) + (4 + 4) + (4 + 4) + (4 + 4) + (4 + 4) + (4 + 4)
| | | | | |
8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8

Esto es una manera de verlo. Tras de dibujar las líneas y de agrupar y vincular los números, el profesor planea que otros alumnos lo expliquen. ¿Puede alguien explicar el significado de los agrupamientos?... Preguntando de esta manera, muchos alumnos entenderán y muchos levantarán sus manos.

Un tercer estudiante, N, da la explicación siguiente. “Puesto que 4 + 4 y 8 son iguales, apareando dos 4 con un 8, quedan dos 8 sobrando en la expresión B. Por lo tanto, B tiene la respuesta más grande y sabemos que es mayor en 16.” Este enfoque también se basa en partes equivalentes. Y es un método ingenioso. El profesor halaga el enfoque. Todavía otros estudiantes ofrecen diversas razones. El alumno H hace una transformación de la expresión. “En el cálculo de B, 8 = 4 + 4. Así pues, transformando la expresión, conseguimos dieciséis 4. Porque A y B tienen doce y dieciséis 4 respectivamente, la expresión con dieciséis 4 es mayor.”

Usando esta idea, M dice, “como 4 + 4 = 8, cambio cada dos 4 en la expresión escribo un 8. Así obtengo seis 8. Por lo tanto, la expresión A, teniendo seis 8 y tiene menos que B, que tiene ocho 8. Así. la expresión A tiene la respuesta más pequeña.” Otra explicación. Escribamos las expresiones de una forma que es fácil de entender.

(a) (4+4) + (4+4) + (4+4) + (4+4) + (4+4) + (4+4) = 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8

(b) 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 + 8 = (4 + 4) + (4 + 4) + (4 + 4) + (4 + 4)

Esta forma es muy práctica para enfrentar el problema siguiente.

(3) Cambiando el signo “+” por el signo “x”

Ahora viene el problema central de la clase.

“Bien, ahora cambiaré un poco el cálculo. ¿Qué expresión matemática tiene la respuesta más grande esta vez?” Mientras lo dice, el profesor substituye todos los signos por el signo “x” usando tiza roja.

(a) 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4

(b) 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8

Ante esta pregunta los alumnos quedan paralizados, sin poder hacer cálculos rápidos. “Bien entonces, ¿qué expresión piensan que tiene resultado más grande? Atrévanse a dar conjeturas intuitivas, levanten sus manos, por favor. “Esta vez también, la expresión B consigue a la mayoría de manos levantadas. Sin embargo, la expresión A también es leída por algunos alumnos. ¿El profesor pregunta, “¿por qué piensa que B es más grande? También algunos de ustedes piensan que A es más grande. ¿Por qué?” No se proporciona ninguna respuestas clara. Entre las respuestas dadas se dijo lo siguiente:

“Bien, pensé que B daría un resultado más grande al agregar todos los números, el resultado debiera ser más grande porque ahora se está multiplicando.” “Pensé que esta vez sería A porque la anterior fue B.” El profesor entonces propone, “continuemos y calculemos realmente las respuestas.”

(4) Cálculo de las respuestas

Los niños comienzan a realizar los cálculos en sus cuadernos, pero como son multiplicaciones, rápidamente se dan cuenta que los cálculos son realmente difíciles. “Ese cálculo es realmente difícil.” “Se llega a números muy grandes, así que nos enredamos y cometemos equivocaciones.” “Si pudiéramos usar calculadora…” Cuando tales comentarios comienzan a aparecer, el profesor entonces dice, “BIEN, pueden usar la calculadora”. Si bien es correcto multiplicar simplemente, el profesor decide enseñarles a multiplicar usando una interesante forma de cálculo. Este método se llama cálculo constante. “Presionando la tecla ‘+’ dos veces, como en el ‘10++’, una serie de 10 puede adicionarse infinitamente. Presionando ‘10++5=’ resulta 15”, y entonces presionando ‘2=’ se obtiene 12. Si presiona ‘100=’, la pantalla mostrará 110. “Esto puede usarse para nuestro problema, primero presione 4, luego presione “x” dos veces, y luego presione “=” para multiplicar indefinidamente por 4.

¡Inténtenlo, 4xx==! “¡Ah, llegué a 64!” ¡“Bien! Puesto que la primera entrada es 4, presionando “=” dos veces, el 4 pasa a ser multiplicado tres veces. Es decir, 4x4x4=64”. “Bien, ahora intenten el cálculo”. Los alumnos lo toman en serio. Un poco después,

(a) 4 x x = =… = 16 777 216

(b) 8 x x = =… = 16 777 216

¡"Ah! Las respuestas son iguales!" "¿Por qué?" Murmullos y reacciones similares se escuchan en la sala.

(5) ¿Por qué son iguales las respuestas?

Como las dos expresiones dan la misma respuesta, la cuestión del por qué surge en la mente de cada niño. La clase se desarrolla alrededor de este descubrimiento. "Todos ustedes han descubierto por medio de sus cálculos que son las mismas respuestas". Sería ingenioso si pudiéramos decirlo sin tener que realizar esos cálculos". "Ah, el "64" que obtuvimos antes…" El profesor no pasa por alto tales murmuraciones. "Usted acaba de notar algo interesante!" Sobre la marcha, al escuchar esto, otro niño exclama, "¡lo tengo!". El profesor pide que ese niño exponga. El niño va al frente de la clase y encierra en paréntesis partes de las expresiones. Éstos son "4 x 4 x 4" y "8 x 8." ¿El profesor entonces pregunta a los alumnos, "miren esto, ¿saben lo que él está intentando hacer?" Muchos niños levantan sus manos. "Como 4 x 4 x 4 = 64 y 8 x 8 = 64, la expresión A se puede convertir: 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 = 64 x 64 x 64 x 64. La expresión B también se convierte 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 = 64 x 64 x 64 x 64 y podemos ver que los resultados son idénticos. Ésta es una respuesta muy buena, y todos concuerdan. El profesor entonces se anima a preguntar: "¿hay alguna otra explicación?" En ese momento, algunos niños hacen la conexión con el problema de la adición. "El hecho de que las respuestas para las dos expresiones sean las mismas significa que cambiando las expresiones podemos obtener la misma expresión". "Intentemos y cambiemos las expresiones para hacerlas idénticas". "¡8= 4x2!" "El cálculo para B se convierte en 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 =

= (4x2) x (2x4) x (4x2) x (2x4) x (4x2) x (2x4) x (4x2) x (2x4)

= (4 x 4 x 4) x (4 x 4 x 4) x (4 x 4 x 4) x (4 x 4 x 4) que coincide con A".

Un niño susurra, "qué pasa si se convierte todo en 2s?" después de ver la explicación antedicha. El profesor atiende este pensamiento, diciendo, "alguien recién ha propuesto cambiar todo en 2. ¿Qué piensan ustedes?" "Veamos, 4 = 2 x 2." "Se puede cambiar los 8 en 2s?" "8 es 2 x 2 x 2.""Bien, entonces, utilicemos esto para cambiar las expresiones". El profesor pide al niño que dio esta explicación que explique en la pizarra.

(A) 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4

= 2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2

(B) 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8

= 2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2 x2

Consecuentemente, ambas expresiones tienen veinticuatro 2 y las respuestas son iguales. Otra alternativa sugerida por algunos niños es un apareamiento simple de números de una expresión a la otra. "Los números en ambas expresiones pueden agruparse hasta llegar a los ocho 4, en este punto el producto de la expresión B es 256 veces mayor que el producto de la expresión A. Cuatro 4s quedan sobrando en la expresión A, lo que es igual a 256. Por lo tanto, ambas expresiones son iguales si usted no multiplica por los 256 sobrantes." Esta es una explicación algo difícil, pero puede ser ilustrada por la expresión siguiente. La idea es crear un equilibrio:(8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8 x 8) ÷ (4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4 x 4) = 256… factor por el cual B es mayor que A. (4 x 4 x 4 x 4) = 256… sobran de A. 256 ÷ 256 = 1. Los niños pueden ver así que la respuesta se puede obtener por distintos caminos que implican muchas ideas diversas.

(6) Extensión

La extensión adicional de este problema permite que los niños incluso investiguen en profundidad en el tema y se debe intentar si hay tiempo. Esta puede hacerse presentando problemas adicionales, por ejemplo "¿si se continúa multiplicando, en qué punto las respuestas serán iguales?" o "¿podemos llegar a lo mismo con otros números?". Por ejemplo, en este problema, teníamos $4^{12} = 8^{8}$. Así pues, si cada número de cada figura es un múltiplo de 3 y 2, podemos saber que las respuestas son iguales para el caso de 415 = 810. Explorando profundamente en tales problemas, los niños se fascinarán de verdad.

Referencias

Isoda, Arcavi y Mena (2007). El Estudio de Clases en Matemáticas. Ediciones Universitarias de Valparaíso. Valparaíso.

Tsubota, K. (2008). The Future of Mathematics Teaching in Japan. Developing Lesson to Captivate Children. APEC Lecture Paper. Extraido de www.criced.tsukuba.ac.jp/.../apec/apec2008/.../2.Keynote(Dec.9)_KozoTsubota_E_Japan.pdf

Yoshida, M., & Fernández, C. (2005). Lesson Study: A Japanese Approach to Improving Mathematics Teaching and Learning. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Assoc.

CAPÍTULO 7

El Problema de la Clase como vacío entre procedimiento y significado

El presente capítulo muestra la estructura de una clase de matemáticas basada en el enfoque de resolución de problemas que genera ideas distintas y promueve discusiones argumentativas, atendiendo a la distancia que se produce entre el significado y el procedimiento en el marco de los aprendizajes de la matemática en primaria. El contenido de este capítulo orienta el planeamiento de la clase a partir de lo que se puede entender como una teoría de la comprensión de la secuencia curricular.

La construcción de la secuencia curricular se apoya en el quiebre o vacío que se produce entre el conocimiento "procedural" y el "conceptual" requerido para la resolución de problemas usando ideas matemáticas propias de la secuencia curricular.

Temas:

1. Presentación de los términos y el alcance del tema
2. El problema de la clase como la aparición de un conflicto en el alumno
3. El entendimiento del profesor acerca de las ideas de los alumnos sobre el procedimiento y el significado
4. El planeamiento de la clase a partir del vacío del alumno entre el procedimiento y el significado

1. PRESENTACIÓN DE LOS TÉRMINOS Y EL ALCANCE DEL TEMA

Se utiliza la palabra "distancia" para hacer referencia al vacío ("gap", en inglés) existente entre el significado o sentido que tiene un concepto matemático para un alumno y los procedimientos o técnicas que éste maneja para operar con el concepto en cuestión. Se usa el término "procedimiento" (procedure, en inglés) para hacer referencia a un algoritmo operatorio o técnica que el alumno maneja en determinado momento asociado a una noción matemática. Se extiende el uso del término "procedimiento" a la forma de representación y manera de construirlo por los alumnos, incluyendo dibujos, esquemas, tablas y otras representaciones. A veces se usa la palabra clase en vez de "curso", para hacer referencia al grupo de alumnos que participa en la clase y se utiliza el término grado en vez de nivel, ya que corresponden a usos más habituales en la lengua española, fuera de Chile.

En este capítulo se utiliza la expresión "discusión argumentativa" (developmental discussion, en inglés) para hacer referencia a una discusión entre los alumnos que se espera que ocurra en el aula favoreciendo la reformulación o enriquecimiento conceptual a partir de la exposición de distintos argumentos y comprensiones entre los alumnos ante un mismo concepto en una situación dada. En la versión original japonesa del libro de referencia (Isoda, 1996), algunas palabras se utilizan con significados especiales incluso en japonés. Por ejemplo, la frase 'developmental discussion' "discusión argumentativa" se ha utilizado para describir el objetivo de reestructurar los significados y los procedimientos que los niños tienen y modifican a través de las conversaciones dialécticas con ellos.

Además, de los puntos de vista de "si no hay nada extraordinario, entonces la idea no puede ser intentada de verdad ni estructurada" y "la extensión del concepto no se puede hacer sin el riesgo de generalización excesiva". 'Isoda substituye la palabra error (Ayamari en japonés) por la idea "generalizada en exceso" (Kari pero Ayamari leído en japonés). Esto coincide con el significado de la idea de "misconception" y que al mismo tiempo se utiliza en el fondo de un marco de referencia alternativo sobre la teoría del constructivismo.

La originalidad del libro de referencia descansa en los siguientes aspectos: uso de un método descriptivo de la comprensión de los niños como material de clase y concepción de la clase; uso de método de investigación aplicados; y, en relación al tema de la viabilidad del entendimiento, la ocurrencia y resolución de situaciones de problema que se originan debido a los vacíos entre el procedimiento y el significado, que surgen de la extensión de los conceptos a lo largo del plan de estudios.

James Hiebert, quien es conocido por la teoría conceptual y procedural del conocimiento, ha valorado estos usos. A principio de los 80, puede decirse que el marco teórico para el enfoque de resolución de problemas, como ahora se conoce en Japón, ya estaba desarrollado. De hecho, los contenidos proporcionados en aquel momento, no difieren mucho de la investigación que había sido desarrollada después de que el constructivismo se convirtiera en una cuestión significativa para el debate a mediados de los años ochenta.

Además, más allá de lo concerniente a la práctica de enseñanza, el nivel de funcionamiento de las lecciones en las que los profesores usan técnicas de resolución de problemas en Japón se alinea con los altos ranking, incluso desde la perspectiva del constructivismo. Por ejemplo, Jere Confrey (vicepresidente del Grupo internacional para la Psicología de la Educación Matemática en 1995, cuando fue escrito el libro de referencia), líder en el campo del constructivismo radical y social, dio una alta evaluación del enfoque de las lecciones.

Sin embargo, en el principio de los 80 y los años 90, había un desajuste. Por ejemplo, en el principios de los 80, el centro de la discusión de ideas diversas estaba en términos de la diversidad de ideas correctas con problemas de final abierto. Un factor que cambió esa tendencia fue la investigación sobre la comprensión, tanto en relación al contexto de la investigación sobre la comprensión, como en cuanto a mostrar los aspectos teóricos de la lección de resolución de problemas y de la práctica de enseñanza de los profesores de Sapporo.

El escrito considera tres secciones. La primera, "Aparición de un conflicto", se refiere a la presentación de un problema que desafía a los alumnos a usar procedimientos originales ya que los conocimientos disponibles por ellos son insuficientes y los llevan a contradicciones. Esta sección hace notar la existencia de vacíos entre el dominio conceptual y procedimental asociado a la resolución de problemas. La segunda sección se refiere a cómo el profesor puede planear la discusión en clases anticipando las respuestas de los alumnos basado en los vacíos entre los conceptos matemáticos y los procedimientos asociados a ellos. La tercera sección pone en juego las nociones anteriores y profundiza la planificación de una secuencia de clases y una clase en particular, atendiendo a tales nociones.

2. EL PROBLEMA DE LA CLASE COMO APARICIÓN DE UN CONFLICTO EN EL ALUMNO

Aparición de un conflicto:
¡Vamos bien!, ¡vamos bien! ... ¿Qué ocurre?

En una clase de introducción a la suma de fracciones con diferentes denominadores, que tiene como objetivo enseñar a los niños cómo y por qué deben realizar cálculos como ½ + 1/3, los niños que no conocen el significado de ½ l (litro) o 1/3 l, siendo objetivos, no podrán entender el significado de la palabra problema, esto es, de la situación como un problema o desafío. Los niños que no han adquirido con suficiente habilidad las técnicas o procedimientos de reducción de fracciones con un mismo denominador, estudiadas con anterioridad, probablemente tendrán que esforzarse mucho para resolver tales problemas. Los profesores estarán muy conscientes de la importancia que juegan los significados y los procedimientos previamente adquiridos por los alumnos en el curso de las clases de resolución de problemas.

El enfoque japonés de las clases de resolución de problemas comienza usualmente desafiando a los alumnos a enfrentar un problema de importancia, teniendo como base los conocimientos ya adquiridos. Esta sección ofrece ejemplos específicos para mostrar cómo los significados y los procedimientos ya adquiridos por los alumnos les ayudan a producir una variedad de ideas, a reconstruir o extender sus concepciones. Luego, se describirán métodos para diseñar clases que apoyen el aprendizaje de los alumnos a través de la producción de diferentes ideas (incluyendo sub-comprensiones o errores conceptuales) y la discusión argumentativa (de carácter dialéctico entre ellos). Este método se basa en la idea de que es precisamente cuando las personas se sienten confundidas o sorprendidas ante una situación algo problemática que desarrollan sus propias preguntas o tareas, tienen una verdadera oportunidad de pensar en ellas, pueden promover su propio aprendizaje, y pueden alcanzar un nivel de comprensión. Lo que sigue apunta a irradiar una nueva luz sobre el verdadero significado de esta noción.

En Japón muchos profesores han experimentado la situación siguiente. El profesor termina una clase con la sensación de que la lección anduvo bien y convencido de que los niños entendieron el material, pero algunos niños en las clases inmediatamente siguientes dicen: "¿Qué…?. No entiendo". Los comentarios de los estudiantes indican claramente que ellos no habían desarrollado una buena comprensión del material presentado previamente, incluso cuando dijeron que lo habían entendido claramente en ese momento. Éste es precisamente el valioso secreto del enfoque de resolución de problemas: hacer emerger distintas ideas de los alumnos, incluyendo ideas equivocadas, y provocar la discusión argumentativa.

Primero, examinemos este enfoque dando una mirada a una clase de cuarto grado conducida por el Sr. Kosho Masaki, profesor en la Escuela Primaria Anexa a la Universidad de Tsukuba.

Examinando una clase sobre paralelismo

La clase se refiere al paralelismo. Para introducir el paralelismo, Masaki comenzó dibujando una muestra de un "diseño de enrejado" (lattice pattern). El proceso siguiente da a conocer cómo los niños desarrollaron la idea de paralelismo en su clase en estudio. (Ver Figura 7.1)

Tarea 1. Dibujemos el "diseño de enrejado" de la muestra 1

Todos los niños pudieron dibujar este diseño de enrejado a partir de los puntos, a espacios uniformes, ubicados a lo largo de los bordes del papel de dibujo, trazando las líneas entre ellos. "¡Esto salió bien!"

Tarea 2. Dibujemos el diseño de enrejado de la muestra 2

Los niños comenzaron a dibujar el diseño basándose en una línea diagonal moviéndose hacia arriba a la derecha. ¿Qué tipo de reacciones tuvieron los niños? Los resultados fueron variados y representan distintas estrategias, las

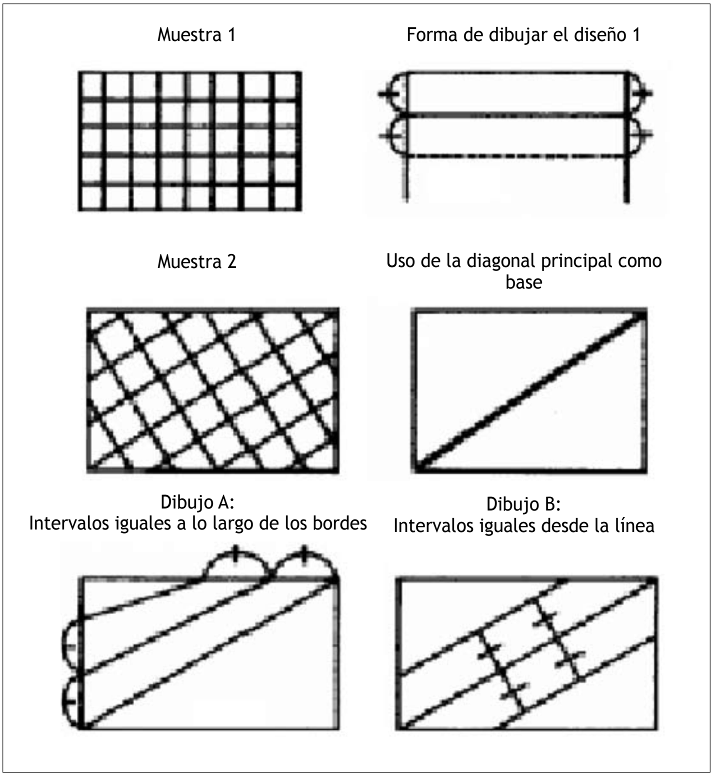


Figura 7.1: Intentos del alumno en el trazado de líneas paralelas

cuales generalmente se podían categorizar en las maneras que se muestran en los dibujos A y B

Discusión argumentativa: ¿Qué?,… ¿Qué sucedió en la tarea 2?

Masaki explicó su enfoque de resolución de problema como sigue: "En esta situación (dialéctica), pregunto a los niños, incluso a aquellos que terminaron la tarea mecánicamente, ¿por qué pudieron dibujar el diseño en la tarea 1 pero no en la tarea 2? Les pedí que intentaran encontrar varias maneras de dibujar las líneas para reproducir el diseño mostrado en las muestras 1 y 2". Como los niños veían que sus compañeros llegaban a resultados diferentes a los suyos y que todos estaban convencidos de que eran capaces de dibujar el diseño, comenzaron a preguntarse unos a otros "¿cómo lo dibujaste?" y "¿por qué pensaste que podrías dibujarlo haciéndolo de esa manera? Encontraron que era necesario discutir sus resultados. Comenzaron a distinguir los métodos y a desarrollar explicaciones. A través de esta discusión argumentativa, fueron capaces de generar la palabra 'paralelo' para referirse a lo que habían encontrado, basados en lo que habían aprendido unos de otros".

Cuando los niños toman conciencia de algo desconocido –esto es, de que hay un vacío en su conocimiento o que se encuentran con ideas distintas a las propias– entran en confusión y piensan "algo debe estar incorrecto". Este sentimiento es seguido por una especie de conflicto que los lleva a las preguntas "¿qué?" y "¿por qué?" Más aún, cuando los niños entran en la discusión argumentativa (dialéctica) y se enfrentan con maneras de pensar desconocidas para ellos (vacíos en los conocimientos compartidos con sus pares), también les produce conflicto, forzándolos otra vez a preguntarse "¿qué?" y "¿por qué?" Aquí nuevamente tienen que comparar su manera de pensar con la de los otros, evaluarla otra vez por sí mismos y discutir sus hallazgos con otros niños. En este flujo secuencial, los niños usan lo que previamente aprendieron para transformar lo desconocido en un conocimiento nuevo para ellos (una nueva comprensión). Este es el enfoque de resolución de problemas discutido en este documento basado en el conflicto y la comprensión.

Aquí, uno debe preguntar por qué entonces todos los niños sintieron que el dibujo de la tarea 1 "estaba bien", pero que en la tarea 2 aparecían dos tipos de dibujo claramente distintos. La razón se relaciona con las maneras distintas de pensamiento que aparecen en la secuencia de tareas. En la sección siguiente clarificaremos esto usando los términos "conocimiento conceptual o declarativo" y "procedimiento" (forma y manera de hacer el dibujo). Entonces, a partir de estos términos se analiza la secuencia de tareas nuevamente.

La clase en términos de significado y procedimiento

Analicemos la clase de Masaki en términos de significado y procedimiento. El significado (en este caso, conocimiento conceptual o declarativo) se refiere al contenido (definiciones, propiedades, ubicaciones, situaciones, contextos, razones o fundamento) que puede ser (re)descrito como "es..." Por ejemplo, 2 + 3 <u>es</u> la manipulación de "o o ← o o o". El significado también puede ser descrito como 2 + 3 <u>es</u> "o o ← o o o", y como tal explica el conocimiento conceptual o declarativo. En la clase del Sr. Masaki, este método se puede usar para explicar que el modelo de la muestra "<u>es</u> lo paralelo" y por lo tanto describe el significado, el cual se convierte consecuentemente en el fundamento de la creación del conocimiento conceptual o declarativo con respecto a lo paralelo del modelo de la muestra.

El procedimiento (en este caso, el conocimiento procedural), por otra parte, se refiere a los contenidos descritos como "si...., entonces haga..." Éste es el procedimiento que usamos los cálculos como en el caso de la aritmética mental en la que los cálculos se hacen de manera inconsciente. Por ejemplo, "si se tiene 2×3, entonces se escribe 6" o "si esto es 2 + 3, entonces escriba la respuesta calculando el problema como o o ← o o o". Esto es el conocimiento procedural.

Al hacer esto, uno podría decir, "el significado es simplemente otra forma de expresar el procedimiento, por eso es que coinciden". Sí, eso es verdad para quienes entienden que ambos deben coincidir. Sin embargo, las personas no entienden inmediatamente que ambos coinciden. Incluso aunque sepan que los diseños de las muestras son gráficos de líneas paralelas (conocimiento conceptual), ello no significa que puedan dibujarlos (conocimiento procedural). Por otro lado, aunque puedan dibujar las líneas paralelas (conocimiento procedural), no significa que entienden el significado conceptual (propiedades, etc.) del paralelismo. Los casos en que el conocimiento conceptual y el procedural no coinciden no sólo son evidentes en clases de matemáticas, sino también en otras facetas de la vida cotidiana. Por ejemplo, cuando un individuo bebe más de la cuenta, a pesar de conocer cuál es el límite de alcohol que podría ingerir (conocimiento conceptual). Más aún, es este desajuste y contradicción lo que se convierte en el catalizador del proceso a partir del cual el sujeto encuentra un conflicto, reflexiona, profundiza en su entendimiento y gana comprensión.

Volvamos a la clase del profesor Masaki. En una primera mirada, la manera de dibujar el diseño 1 en la primera tarea aparece como el método general para dibujar figuras. Sin embargo, desde la perspectiva de las maneras mostradas para dibujar A y B en la tarea 2, pareciera que los niños confundieron los dos procedimientos mostrados en el recuadro. Incluso cuando los niños producen una misma respuesta, las maneras en que ellos entienden el problema, el cómo ellos adquieren el conocimiento conceptual y el procedural (la forma a dibujar y la manera de dibujar), y el uso de esa comprensión y de ese conocimiento son muchas y variadas.

Tabla 7.1: Procedimientos para dibujar rectas paralelas

Manera de dibujar 1: Procedimiento a → Forma de dibujo; Tarea 2 Si quiere dibujar el modelo, dibuje las líneas manteniendo uniformemente la separación con el borde superior del papel.
Manera de dibujar 1: Procedimiento b → Forma del dibujo B; Tarea 2 Si quiere dibujar el modelo, dibuje las líneas manteniendo uniformemente la separación.

Basado en los análisis de las formas mostradas en A y B se describe la clase de Masaki en términos del conocimiento conceptual y el procedimental:

Cuadro 7.1: Secuencia de clase según conocimiento conceptual y procedimental

La discrepancia entre el modelo de la muestra (conocimiento conceptual) y la manera de dibujarlo (conocimiento procedural): El encuentro de un conflicto

El alumno sorprendido piensa,

- “Un momento, no puedo dibujar esto usando el procedimiento a; las líneas se cruzan si se prolongan, pero según lo que señalan las muestras, las líneas no se cruzan”.
- “¿Por qué fui capaz de dibujar el diseño de la muestra 2 usando el procedimiento b y no el procedimiento a?”

Reinspeccionando la manera de dibujar (procedimiento), y revisando y reconsiderando la interpretación semántica del modelo de la muestra, que actúa como fundamento del método del dibujo.

- ¿“Cómo dibujo eso? ¿Por qué pensé que si lo hacía de esa manera resultaría?”

  - Razón (que viene de la interpretación semántica de las muestras): “Las líneas en las muestras están todas separadas uniformemente, así que no se cruzan entre si”.

- “Intenté dibujar las líneas separadas uniformemente entre sí, pero se cruzaron. ¿Cómo debo hacerlo?”

  - ¿Cómo dibujar correctamente las líneas para mantenerlas separadas uniformemente? Usando el método correcto para dibujar, el que hace evidente los ángulos rectos y los ángulos alternos internos.

Eliminación del vacío (conexión) entre el significado semántico y la manera de dibujar (procedimiento): Hacia una comprensión coherente

Atendiendo al significado (prolongación pareja de las líneas, sin que se crucen, y las características de los ángulos rectos, de los ángulos correspondientes y de los ángulos alternos internos), la designación (definición) de lo paralelo y al método para dibujar (procedimientos que incluyen igual prolongación de las líneas, ángulos rectos, ángulos correspondientes y ángulos interiores alternos).

Al interior del proceso de discusión argumentativa, el procedimiento b, bajo el cual las líneas se dibujan equidistantes en todos sus puntos, funciona para las muestras 1 y 2. En cambio, el procedimiento a, en el cual las líneas se dibujan desde el borde superior del papel, claramente funciona para la muestra 1, pero no funciona para la muestra 2. Debido a que la muestra 1 se contrasta con la muestra 2, el significado de igual separación de las líneas se conecta con el método de dibujar poniendo atención a las líneas equidistantes en todos los puntos, a los ángulos rectos, ángulos correspondientes y ángulos alternos internos. Consecuentemente, el fundamento (significado) del por qué se intentó esa manera de dibujar se explica por los comentarios de los niños

Naturalmente, Masaki se anticipaba y esperaba encontrar interpretaciones esquemáticas y métodos de dibujo no diferenciados por parte de los niños, y en función de ello consecuentemente planeó sus clases. El profesor no comienza enseñando el significado y la manera de dibujar líneas paralelas lo que es familiar para él, sino de hecho comienza enseñando desde un nivel en el cual asume que los niños todavía no han aprendido la palabra paralelo. El profesor intenta que se haga uso de los métodos previamente aprendidos para dibujar líneas paralelas (procedimientos), aquellos que los niños ya conocen. A partir de la confirmación del conocimiento previamente aprendido, el profesor inculca un sentido de eficacia conduciendo a los niños a completar con éxito la tarea. Con ese fin, entonces, el profesor hace que los niños enfrenten las dificultades preguntándose “¿Qué sucede?” en el momento en que el procedimiento no funciona bien. Debido al conflicto que aparece, los niños preguntan entonces por el significado de las líneas paralelas. El profesor tiene como propósito que los niños creen su propia reconstrucción del método para dibujar y del significado, usando como base lo que ellos ya saben.

Volviendo atrás, podemos observar que el diagrama de flujo presentado abajo está encajado en la clase de Masaki. Como se indica, la clase se estructura de manera que los niños proceden desde una sensación en que todo “va bien” a que repentinamente se pregunten “¿Qué?” Esta transición sirve como el contexto en el cual aparece una gama diversa de ideas con respecto a cómo los niños han entendido el problema y qué tipo de significados y de procedimientos han adquirido.

Tabla 7.2: Estructura dialéctica de la clase de paralelismo

Estructura dialéctica de la clase de paralelismo del profesor Kosho Masaki
Situación de confirmación del conocimiento previamente aprendido: Tarea 1 “Todo va bien” – **Sentido de eficacia** Incluso si existen vacíos entre el significado y los procedimientos, no aparecen aquí.
Situación diferente a la del conocimiento previamente aprendido: Tarea 2 Hay niños que tienen desajustes en su comprensión sobre el significado y el procedimiento y hay algunos que no muestran vacíos. “¿Qué?” - **Conflicto** Discusión argumentativa (una dialéctica) a partir del cuestionamiento de nuevos significados y procedimientos.
Adquisición de un **sentido de logro** a partir de la superación del conflicto y **procediendo con comprensión**

Esta clase es de hecho del tipo de resolución de problemas a través de la discusión argumentativa (una dialéctica) y hace uso de una gama diversa de ideas para superar el conflicto del “¿Qué?”, organizando y clarificando significados y procedimientos previamente desconectados, y finalmente alcanzando una etapa de comprensión.

3. EL ENTENDIMIENTO DEL PROFESOR ACERCA DE LAS IDEAS DE LOS ALUMNOS SOBRE EL PROCEDIMIENTO Y EL SIGNIFICADO

Leyendo la gama diversa de ideas de los niños con respecto al significado y el procedimiento (forma y manera de dibujarlo)

Para el planeamiento de una clase bajo el enfoque de resolución de problemas es necesario anticipar la diversidad de respuestas de los niños y planear una discusión argumentativa para el estudio del objetivo de la clase. Esta sección muestra las maneras de interpretar y anticipar las ideas de los niños usando las palabras “significado” y “procedimiento (forma y manera de dibujar)”. La teoría del conocimiento conceptual y procedural en educación matemática de James Hilbert (1986) es bien conocida, y en Japón, Katsuhiko Shimizu (1986) aplicó una idea similar en investigación en el aula. La teoría del significado y el procedimiento para el planeamiento de la clase ha sido desarrollada por Masami Isoda (1991) como una adaptación de las teorías cognoscitivas para el desarrollo progresivo de las ideas matemáticas dentro de las lecciones.

Para comenzar, quisiéramos que los lectores lean una vez más la explicación antedicha del significado y del procedimiento, y hagan el ejercicio siguiente.

Ejercicio 1

¿Cuáles de los siguientes corresponden a significado o procedimiento?

1. La reducción al denominador común **se refiere** a encontrar el denominador común sin cambiar el tamaño del número fraccionario.
2. **Para** comparar el tamaño de números fraccionarios, se reduce o bien se aumenta el tamaño del número fraccionario.
3. **Para** dividir por un número fraccionario, tome el inverso del divisor y multiplique.

¿Qué es significado? ¿Qué es procedimiento?

¿Qué es significado?

El significado (conocimiento conceptual) se puede ilustrar por "el hombre es un lobo," por ejemplo. Por supuesto, un hombre es un ser humano, pero al comparar el hombre a un lobo y cambiar la manera de decirlo, uno puede construir una frase que apunte a expresar el significado de "hombre."

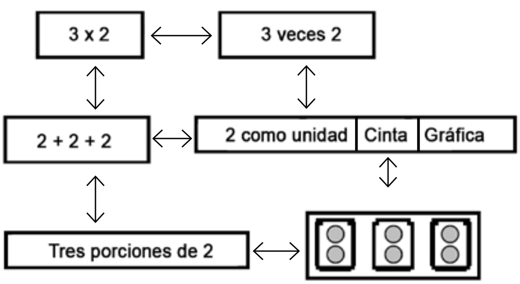


Figura 7.2: Significado de la expresión 3 x 2, de la multiplicación

El ejemplo previo, "2+3 = o o ← o o o", ofrece un ejemplo concreto y transforma la manera en que se dice para expresar el significado. La expresión matemática "3×2 = 2 + 2 + 2" también expresa significado (en japonés, 2×3 significa 2 + 2 + 2). También es una reformulación. Como una reformulación no sólo se refiere a un ejemplo concreto sino que también se refiere a lo que ya se sabe. Note que el significado de multiplicación que los niños aprenden en el segundo grado se puede resumir según lo muestra la figura de arriba. Las características del significado se ven en el hecho de que un cierto número de elementos se conectan como una red, y como tal, nosotros como profesores pensamos que los niños pueden entender el significado de maneras muy diversas porque nosotros podemos hacerlo. Lo importante con respecto a la diversidad de las expresiones es que el significado de hecho está seleccionado y expresado en tal reformulación.

En respuesta al problema "¿cuántos L y dL es 1,5 L?", un estudiante contestó: "Antes, nosotros aprendimos que 1 L es 10 dL, y que 1 dL es 0,1 L. Si utilizo eso, 1,5 L son 15 porciones de 0,1 L. 10 porciones que 0,1 L son 1 L. Las 5 partes remanentes son 5 dL. Así pues, 1,5 L son 1 L y 5 dL. Cuando ese niño explica la base de su razonamiento, nosotros como profesores podemos ver que el niño ha hecho una deducción y la ha explicado en base al significado.

¿Qué es procedimiento?

Procedimiento (conocimiento procedural, forma, manera de dibujar, método, patrón, algoritmo, cálculo, etc.) puede ser expresado como sigue: "Si el problema es dividir por un número fraccionario (reconociendo las situaciones condicionales), entonces tome el inverso del divisor y multiplique". La primera característica de un procedimiento es que puede ser procesado automáticamente, sin cuestionamiento e instantáneamente.

Sin embargo, la destreza (es decir, la práctica) es necesaria. Cuando se contesta la pregunta cuántos dL hay en 1,5 L, considere un caso donde un estudiante contesta rápidamente "1 L 5 dL". Si el estudiante sigue automáticamente la regla "si L se interpreta como L y dL, entonces se enfoca en la posición de la coma y piensa en L como lo que viene antes de ella y en dL como lo que viene después de ella", entonces uno podría reconocer que este estudiante está utilizando un procedimiento. El poder solucionar un problema como éste inmediatamente, usando un procedimiento significa que hemos llegado a un nivel en el cual podemos encontrar una solución sin tener que pasar mucho tiempo deduciendo el significado, el cual por su parte nos trae al punto donde podemos llegar a reducir el tiempo para pensar (e.g. memoria a corto plazo y de trabajo o funcionamiento). Otra característica de un procedimiento es que produce nuevos procedimientos tales como el agrupamiento complejo de las cuatro operaciones, según se ve en el caso de la división usando la notación vertical (método extendido de la división) donde los números son formados (estimando el cociente), multiplicados, sustraídos y bajados (al siguiente dígito menor). Si no se adquiere cada uno de los procedimientos, es difícil utilizar los procedimientos complejos que incorporan algunos o todos ellos. Es decir, si uno llega a tener destreza, no importa cuan complejo sea el grupo de procedimientos, mientras uno sea capaz de usarlos instantáneamente. Simplificar deducciones complejas y ser capaz de razonar rápidamente acerca de una tarea compleja significa que uno es capaz de pensar en qué más debe considerarse.

La relación entre el significado y el procedimiento

Como se observó en relación al método para dibujar y a los significados de los diseños en la clase del profesor Masaki, hay casos en que el procedimiento y los significados coinciden (sin que aparezcan vacíos, sino consistencias, en el uso) y otros casos en que no concuerdan (aparecen vacíos, inconsistencias). En el proceso de aprendizaje a través del plan de estudios o la secuencia planeada, hay situaciones donde el significado y el procedimiento entran en conflicto, contradicción, y situaciones en que ello no ocurre. Más aún, desde la perspectiva de la secuencia de enseñanza aprendizaje del plan de estudios estas dos instancias se vinculan mutuamente como sigue: Los procedimientos se pueden crear a partir del significado ("procedurización" del significado o procedurización desde el concepto). Por ejemplo, al abordar por primera vez el problema "¿cuántos L y dL es 1,5 L?", se utiliza un proceso largo de interpretación del significado y se encuentra la solución "1,5 L es 1 L 5 dL". Luego, este proceso se puede aplicar a otros problemas como por ejemplo "¿cuántos L y dL es 3,2 L?" cuya respuesta es "3,2 L es 3 L 2 dL". Los niños pronto descubren por sí mismos procedimientos más fáciles. Simultáneamente, los niños toman conciencia y aprecian el valor de adquirir procedimientos que reducen el razonamiento secuencial largo a una rutina, que no requiere razonamiento.

Existe una manera destacada para acortar un procedimiento partiendo de conceptos y procedimientos conocidos. El ejemplo, "si el problema es la división de números fraccionarios, entonces tome el inverso del divisor y multiplique" se muestra en el diagrama de la página siguiente. Usando el concepto previamente aprendido de rectas numéricas proporcionales, se representa el significado del cálculo y se produce la respuesta a partir de esta representación. Como resultado de esta representación, la manera alternativa del cálculo “toma el inverso del divisor y multiplica” se reinterpreta, de modo que se pueda producir de manera simple y rápidamente desde una expresión de división. De este modo los niños reconstruyen un procedimiento que se puede realizar de manera simple y rápida, volviendo a estudiar el resultado en base al significado. Incluso en un caso simple como la multiplicación de 2 por 3, se tiene 3 + 3 = 6 como significado, pero como procedimiento 3×2 es intercambiable con el resultado memorizado de 6. Esta manera particular es también la procedurización del significado. Muchos profesores creen que el procedimiento se debe explicar a partir del significado, pero a menudo la manera alternativa es preferible porque es mucho más simple y fácil.

Usando uno de los valores fundamentales de las matemáticas, la simplicidad, finalmente desarrollamos el procedimiento a partir del significado.

El significado se convierte en el fundamento para la adquisición del procedimiento. Cuando los niños se esfuerzan en utilizar el conocimiento previamente aprendido y emplean una diversidad de significados para producir el procedimiento, la importancia de procedimientos más rápidos y más fáciles para obtener respuestas se pondrá de manifiesto, frente a la alternativa de seguir la trayectoria difícil de un razonamiento largo. Discutiendo significados diversos con el objeto de que los alumnos razonen, ellos pueden aclarar el significado y pueden reconocer así las situaciones para las cuales se puede aplicar el procedimiento producido. El procedimiento tiene la estructura “si, entonces”. El “si” describe las condiciones de situaciones aplicables; cuando son aplicables, es aceptable llevar adelante el “entonces”. La negociación del significado es importante para entender las situaciones en que son aplicables, incluso si es muy difícil aclarar las condiciones para la aplicabilidad sin extensión (la noción de extensión se explica más adelante).

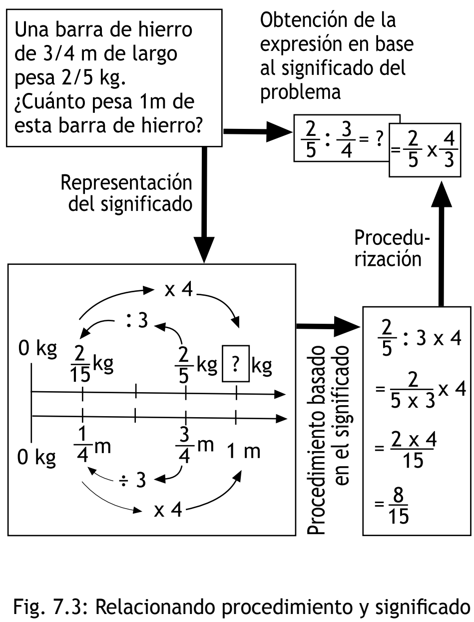


Fig. 7.3: Relacionando procedimiento y significado

El diagrama de abajo es un ejemplo de cómo los procedimientos se pueden crear a partir de los significados. Sin embargo, también se puede tomar el camino inverso: el significado se puede crear a partir del procedimiento (el significado consecuencia del procedimiento, es decir, de la conceptualización del procedimiento). Veamos cómo se ilustra esta noción en la perspectiva de la enseñanza de la adición en primer grado y de la multiplicación en el segundo grado de la escuela primaria. En el primer grado, con la actividad de manipulación donde "o o o ← o o" significa 3 + 2, los niños van aprendiendo el significado de la adición desde operaciones breves y así llegan a ser peritos en los procedimientos aritméticos mentales (la procedurización del significado). En ese momento, cálculos como 4 + 2 + 3 y 2 + 2 + 2 se hacen más rápidamente que contando, lo que es considerado como un procedimiento. Con mayor profundidad, en segundo grado, comparado con el caso de varias adiciones, solamente los problemas de adición en que se repite el sumando llevan al significado de multiplicación. Es aquí que el procedimiento específico conocido como "adición repetida" (ahora llamada multiplicación) se incorpora al significado (significado que ha traído consigo el procedimiento). Tales situaciones son posibles porque los niños se hacen expertos en los cálculos usando la adición y se familiarizan suficientemente con el procedimiento haciéndolo de manera instantánea. Los niños también ven el significado de una situación como en la figura siguiente que muestra tres grupos de objetos. Para encontrar el número total de objetos, se puede considerar como la adición 8 + 9 + 10, pero moviendo un objeto desde el tercer grupo al primero, puede ser considerado como multiplicación o adición repetida, dando 3×9.

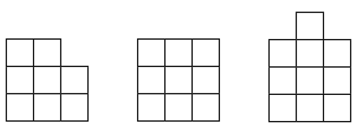


Figura 7.4: Usando visualización para relacionar adición y multiplcación

Los niños sin estar familiarizados con el procedimiento recurren al aprendizaje de la adición y de la multiplicación al mismo tiempo, lo que les trae mayor facilidad para reconocer la multiplicación como un caso especial de la adición.

Solamente quienes tienen una buena comprensión del significado y del procedimiento los utilizan como si fueran uno; ellos pueden ser pensados como las dos caras de una moneda, que tienen diferentes características pero que juntos forman la moneda. Por otro lado, desde la secuencia del plan de estudios y la perspectiva de su enseñanza y el aprendizaje, el significado y el procedimiento se van desarrollando mutuamente. Debido a que el significado puede convertirse en procedimiento y viceversa en el proceso de enseñanza aprendizaje de los contenidos curriculares, el profesor puede reconocer la situación en la que los significados y los procedimientos no se relacionan mutuamente y planear cómo desarrollar la relación mutua. Aunque este artículo apunta a apoyar a los profesores en el planeamiento de su lección, incumbe a cada profesor decidir para cada grupo de alumnos qué concepto será tratado desde su significado y cuál como un procedimiento, teniendo en consideración la situación real de los niños y de los objetivos de la clase.

Uso del significado y el procedimiento para anticipar las ideas de los alumnos

En el enfoque de resolución de problemas el profesor anticipa las ideas de los niños con el objetivo de planear el desarrollo de sus ideas usando lo que ya saben. El significado y el procedimiento son la base de esta anticipación. En el ejemplo que se desarrolla se entiende el significado y el procediiento como la forma y la manera de dibujar para anticipar las ideas de los niños.

Saber el significado y el procedimiento le permite anticipar las ideas incompletas de los niños

Algunos meses después de aprender cómo dividir números fraccionarios, se pregunta a los niños: "¿Por qué ocurre esto?" Muchos contestan "porque uno da vuelta éste y multiplica" (procedimiento), incluso en los casos en que ellos pudieron contestar con el significado cuando lo enfrentaron por primera vez. Esto indica que pierden el significado a cambio de la habilidad procedural (proceduralización del significado). Aquí quisiéramos que el lector conteste al ejercicio 2, pensando en los niños que tienden a olvidar el significado.

Ejercicio 2:

Expresar una cantidad con una única unidad de medida en una forma que incluya unidades y subunidades de medida. A un alumno de tercer grado con conocimiento aprendido previamente capaz de dar rápidamente la respuesta a 1,5L= 1L+ 5 dL se le hace la siguiente pregunta:

4,2 m es igual a ¿cuántos m y cuántos cm? Anticipe la respuesta del niño.

La respuesta más común de los niños al ejercicio de arriba, según lo esperado, es “4,2 m = 4 m + 2 cm.” En el tercer grado, se enseña a los niños a operar hasta el primer decimal con números pequeños. Por lo tanto, al aprender, los niños hacen frente usualmente sólo a las unidades de 1/10 por ejemplo en L y dL, o cm y mm. Los niños que son capaces de dar rápidamente la respuesta “1,5 L = 1 L + 5 dL” solamente experimentan la situación donde ese procedimiento es aplicable. Como resultado, no son capaces de hacer juicios semánticos acerca de cuándo se puede utilizar ese procedimiento.

El procedimiento correcto “si … entonces” producirá siempre el resultado correcto en la medida que el condicional “si”, parte del juicio semántico, sea correcto. Sin embargo, cuando los niños solo experimentan instancias que funcionan, sobre-generalizan el significado más allá y llegan a ser incapaces de hacer un juicio correcto. Por consiguiente, muchos niños que utilizan este procedimiento rápido pueden utilizarlo en casos en que no sea aplicable.

Debemos notar que este procedimiento rápido a modo de respuesta no es sólo algo que el profesor ha enseñado, sino que es una idea extremadamente conveniente a la que los niños pudieron haber llegado por sí mismos. Incluso si este concepto es inválido, los niños no lo reconocerán mientras se les continúe presentando las tareas que no demuestran las debilidades del concepto inválido. Por ejemplo, incluso cuando los niños de la clase del Sr. Masaki terminaron la primera tarea usando un concepto inválido, la naturaleza poco desarrollada del concepto no llegó a ser evidente hasta que fue aplicada a otra tarea. Por lo tanto, lo que el profesor debe reconocer primero es la idea de un niño, creada por él mismo. De allí, el paso siguiente es profundizar esa idea investigando independientemente si esa idea se puede generalizar a otras tareas. Éste es el desafío para los profesores.

Los vacíos entre el significado y los procedimientos aparecen en situaciones de extensión

Según lo presentado al principio de este documento, los pasos “¡va bien! ¡Va bien! ¿Qué?” son importantes. Mientras todo vaya bien y sea aplicable al final, los vacíos entre significado y procedimiento no se convertirán en un problema. En tal situación, los niños no son expuestos a una situación difícil; ellos están dentro de la gama de conocimiento previamente adquiridos, y todavía no han sido desafiados ante lo desconocido. Sin embargo, una situación en la cual algo no va bien o en la cual hay una necesidad de cerrar un vacío de conocimiento es de hecho una donde se hacen los verdaderos descubrimientos y creaciones. Cuando una persona piensa “¿qué?” en una situación, ello indica asuntos que deben venir de un pensamiento genuino. Un ejemplo de cuando no van las cosas bien es la situación de extensión. En una situación de extensión, el vacío entre el significado y el procedimiento aparece como ideas diversas. Aquí, demos una mirada al ejemplo de la extensión de un procedimiento desde los números enteros a los números decimales.

La Figura 7.5 muestra a la derecha los números ordenados en columnas para sumarlos. A la izquierda se muestra la sobre generalización para decimales.

Usualmente se explica como una mala comprensión del significado del lugar posicional.

1)	2,3	**2)**	2 3
	+ 1,2 5		+ <u>1 2 5</u>

Figura 7.5: Alineando los números a la derecha para sumarlos

¿Por qué aparece este tipo de idea? Se presenta porque al calcular con números enteros usando la notación vertical como en el ejemplo 2), el procedimiento apropiado es escribir los números de manera que queden alineados a la derecha. El ejemplo 1) de la figura 7.5 indica que se aplicó el procedimiento con números enteros previamente adquirido. Habiendo sólo experimentado el cálculo con números enteros, el niño solamente es consciente del procedimiento de alinear los números a la derecha. Más aún, el niño ha aprendido el procedimiento de la alineación a la derecha con su experiencia de aprendizaje en el cálculo de números enteros usando la notación vertical.

El diagrama en la página siguiente ilustra el proceso de extensión del uso de un procedimiento con números enteros. Con respecto a la introducción de los números enteros en la situación I, el procedimiento para alinear decimales coincide con el significado del valor posicional (flecha A). Cuando los niños se acostumbran a este procedimiento, olvidan el significado del valor posicional y se hacen expertos en alinear rápidamente a la derecha (II).

En el dominio de los números enteros, el significado del valor posicional no entra en contradicción cuando los números se alinean a la derecha (flecha B). Sin embargo, cuando los niños aplican este procedimiento con los números decimales (III), se contradice el significado del valor posicional según las indicaciones de 1) de figura 7.5 (flecha C, Tabla 7.3). Por lo tanto, cuando los niños hacen frente a un caso en el que el procedimiento no se aplica, se dan cuenta del vacío y deben volver de nuevo al significado del valor posicional. Entonces, aplican el procedimiento tanto a los números enteros como a los números decimales, y toman conciencia del procedimiento de alinear números decimales en concordancia con el significado del valor posicional.

Tabla 7.3: Procedimiento y significado asociados al sistema de notación decimal

Situación	Procedimientos y significado	Explicación	Apropiatez
I. Introducción del cálculo en notación vertical usando números enteros	**Significado del sistema de notación decimal** (A) **Escriba 23 + 5**	El significado de un sistema de notación decimal se basa en el procedimiento de mantener las comas alineadas. (El significado y el procedimiento coinciden)	**Apropiado**
II. Alcanzando experticia en números enteros	(B) **? (Olvidado)** **Alinee a la derecha y escriba**	Cuando los niños se hacen expertos, ya no necesitan más pensar en la razón que sigue ese procedimiento. Consecuentemente, el procedimiento se simplifica, de la alineación de las comas a una de la alineación hacia la derecha.	**Válido**
III. Uso de los números decimales	(C) *(Sin significado)* *Alinee a la derecha y escriba*	El procedimiento para los números enteros se generaliza para los números decimales	**Inapropiado**

Obviamente, muchos niños solucionan cálculos de números decimales usando la notación vertical con una comprensión del significado del valor posicional. Así el número de niños que recurren al procedimiento de alinear hacia la derecha es pequeño. Desde la perspectiva del significado y del procedimiento, sin embargo, la manera en la cual los vacíos en el significado y el procedimiento ocurren nos señalan que hay una necesidad de separar el significado y el procedimiento en el proceso de enseñanza, en las tres categorías que muestra el Cuadro 7.2.

Los niveles de comprensión de los niños no son uniformes en el proceso de aprendizaje. La comprensión se desarrolla diferentemente en cada niño. Mientras hay niños que no están conscientes del significado porque han llegado a acostumbrarse a aplicar procedimientos rápidos y fáciles de utilizar, hay también niños que están conscientes del significado y lo utilizan como base para los procedimientos. Porque las condiciones varían, una gama diversa de ideas que involucran el conocimiento previamente aprendido aparece en las situaciones (situaciones que se extienden) (III) cuando los procedimientos fáciles de utilizar no funcionan.

Cuadro 7.2: Secuencia de actividades hasta la aparición de un conflicto

I) Profundización en el Significado:
Ninguna evidencia de vacíos entre el significado y el procedimiento
"¡Va bien!"

II) Adquisición de un procedimiento fácil de utilizar a partir del significado:
Los vacíos son irreconocibles.
"¡Va bien!!"

Los niños se acostumbran a los procedimientos fáciles de utilizar que funcionan y muchos de ellos llegan a ser incapaces de recordar el significado.

III) Situación donde los procedimientos fáciles de utilizar no funcionan:
Conciencia de vacíos
"¿Qué?"

Los problemas considerados en la clase del Sr. Masaki y en el ejercicio 2, la práctica de expresar una cantidad con una única unidad de medida en una forma que incluya unidades y subunidades de medida, son ejemplos de ampliación de las situaciones (extensión). En una situación de extensión, los procedimientos y los significados que se han establecido que no van a funcionar, lo que significa que necesitarán ser reconstruidos.Tomando como ejemplo el cálculo antedicho con números decimales en la notación vertical, el significado del valor posicional funciona, pero el procedimiento de alineación al lado derecho necesita ser revisado. Por consiguiente, el significado del valor posicional necesita ser repasado, y los procedimientos usados necesitan ajustarse a unos que alineen la colocación de los decimales de acuerdo con la notación apropiada del valor posicional. En síntesis, como guía de enseñanza, la categoría III puede ser descrita también como sigue:

III') Revisión del significado y revisión del procedimiento: Eliminación de vacíos

4. EL PLANEAMIENTO DE LA CLASE A PARTIR DEL VACÍO ENTRE EL PROCEDIMIENTO Y EL SIGNIFICADO

Las ideas diversas se pueden clasificar según el significado y el procedimiento

Hasta este punto, nos hemos centrado en las ideas sobre generalización más extremas (falsas concepciones) para indicar la ocurrencia y la eliminación de vacíos (conexión) entre los significados y los procedimientos. Naturalmente, en clases reales emergerá una gama diversa de ideas, incluyendo respuestas correctas e incorrectas. Para planear discusiones argumentativas, es necesario anticipar el tipo de ideas diversas que con mayor probabilidad aparecerán. Aquí, tengamos presente las ideas de los niños como observaciones.

Por ejemplo, en la escuela primaria pública de Konan de la ciudad de Sapporo, la clase del 5º grado del profesor Hideaki Suzuki estudia la división que implica números con 0 en los últimos dígitos. Esta clase, al igual que el caso de la clase del profesor Masaki, primero confirma el conocimiento previamente adquirido de la división cuando no hay resto (tarea 1) y entonces se dirige al contenido del objetivo de la clase, que tiene todavía que ser aprendido: división cuando hay un resto (tarea 2). Los objetivos de esta clase se pueden confirmar en la discusión siguiente que muestra el flujo de la lección de la clase (véase la página siguiente).

Tarea 1. Problemas sabidos para confirmar un procedimiento previamente adquirido y el significado en que se basa: Tarea previamente adquirida.

Cuando los niños que ya tienen el conocimiento básico de la división resuelven para dar respuesta a 1600÷400, repasan lo siguiente:

$$\begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline 400 & 1600 \\ & \underline{1600} \\ & 0 \end{array}$$

A. Elimine 00 y calcule: <u>procedimiento</u>

B. Explique A como una unidad de 100 (grupo o fajo): <u>significado</u>

C. Sustituya A por una moneda de $100 y explique: <u>significado</u>

Tarea 2. Problema desconocido que busca una aplicación o una extensión del significado y del procedimiento previamente aprendidos: Tarea objetivo.

El problema objetivo que se presenta es 1900÷400, el cual presenta una dificultad para algunos niños y no para otros en cuanto a cómo ocuparse del resto. Consecuentemente, aparecen las siguientes ideas.

a) Respuesta a la pregunta usando un procedimiento en el cual se pierde el significado.

Aplique A y encuentre el resto 3.

Porque se pierde el significado, los niños (la mitad de la clase) no cuestionan el resto de 3.

a) $$\begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline 4\cancel{00} & 19\cancel{00} \\ & \underline{16} \\ & 3 \end{array}$$

b) Respuesta a la pregunta cuando los procedimientos tienen significados ambiguos.

Usando A y B, el resto fue revisado como 300. Sin embargo, porque el significado era ambiguo, fue cambiado a 400. (Varios estudiantes)

b) $$\begin{array}{r|l} & 400 \\ \hline 4\cancel{00} & 19\cancel{00} \\ & \underline{16} \\ & 300 \end{array}$$

c) Respuesta a la pregunta cuando el procedimiento es ambiguo.

Se usó A, pero aquí se seleccionó por error un procedimiento diferente. Ninguno de los estudiantes cuestionó el cociente 400. (Muy pocos estudiantes)

c) $$\begin{array}{r|l} & 400 \\ \hline 4\cancel{00} & 19\cancel{00} \\ & \underline{16} \\ & 3 \end{array}$$

d) Respuesta a la pregunta que confirma significados procedurales. Usando A, una explicación del cociente y los restos desde el significado de B y C.

d) $$\begin{array}{r|l} & 4 \\ \hline 4\cancel{00} & 19\cancel{00} \\ & \underline{16} \\ & 300 \end{array}$$

¿Por qué las respuestas se diferencian?

¿En dónde usted se perdió? ¿Con qué tiene un problema?

Un recordatorio del conflicto al solucionar un ejercicio usando sus propios recursos cognitivos.

Repasando el proceso de resolución, se reconfirma el significado de base y se aprende el procedimiento para ocuparse de los restos.

Figura 7.6: Extensión del procedimiento y el significado de la división

Primero, los niños aplican la Tarea 1, que han aprendido antes. El profesor relaciona directamente esta tarea con la Tarea 2 a través del objetivo del contenido de la clase, teniendo en mente las soluciones de los niños. Esto se hace pidiendo a los niños que confirmen el procedimiento para la división usando la notación vertical, y preguntándoles por qué no es un problema hacer esto (significado).

Simultáneamente, el profesor se cerciora de que los niños puedan explicar tanto el procedimiento como el significado. Siguiendo eso, los niños abordan el objetivo de la Tarea 2, que les requiere ocuparse de los restos. En esta Tarea, una variedad de ideas (a) a (d) aparecen entre los niños quienes están haciendo el trabajo sin el conocimiento completo del significado, y entre los niños que están confirmando el significado mientras trabajan en la tarea.

Cuadro 7.3: Articulando el significado y el procedimiento para aprender

Situación: confirmando lo que han aprendido
"Va bien": **Sentido de eficacia**
Confirmación mutua del significado y del procedimiento.
Incluso si existen vacíos entre el significado y el procedimiento, no aparecen aquí.

Situación: diferente de lo que han aprendido antes – Conflicto

¿Qué?: **lo desconocido** debido a la toma de conciencia de un desajuste con lo que han aprendido antes. Algunos estudiantes experimentan tales vacíos entre el significado y el procedimiento mientras que algunos otros no o experimentan ¿Qué?:
Sorpresa en la diferencia en ideas con otros estudiantes y reflexión sobre sus propias ideas.
Discusión argumentativa que redefine correctamente el significado y el procedimiento.

Adquisición de un sentido del logro, aprecio, a partir de la superación del conflicto y procediendo a través a la comprensión.

El objetivo esta vez es tener una discusión argumentativa con respecto al valor posicional del resto que se ajusta al valor posicional del dividendo.

Aquí, es importante que el lector entienda que el enfoque antedicho está preestablecido para la clase. Es importante notar que incluso si los significados y los procedimientos se confirman con anterioridad, hay una gama diversa de maneras de procesar y de utilizar esa comprensión. Por ello, una variedad de ideas aparecen. El punto de partida en la creación de ideas diversas se basa en las maneras de procesar y de aplicar de cada sujeto.

Al categorizar la variedad de ideas de arriba de (a) a (d) para el significado y el procedimiento, se pueden identificar los siguientes tipos de categoría. Éstos se desarrollan en referencia a la tarea de extensión que siguió al problema conocido usado para confirmar el conocimiento previamente adquirido.

Cuadro 7.4: Categorías de ideas vinculadas al procedimiento y el significado

Tipo 1. Soluciones alcanzadas con el uso de procedimientos sin (o sin importar) el significado: Dé prioridad al procedimiento sin el significado

Ésta es la idea mencionada arriba a). Se refiere a una idea alcanzada con la consideración sin mucha atención al significado, aunque se aplica el procedimiento correcto (cálculo).

Hay niños que cambian inmediatamente sus ideas recordando el significado una vez que les es pedido explicar o después de escuchar las ideas de otros niños. Sin embargo, la mayoría de los niños substituyen el significado con el procedimiento y cuando les piden una explicación contestan generalmente describiendo su procedimiento, diciendo "yo hice esto, después eso."

Priorizar el procedimiento significa que los niños no ponen cuidadosa atención al significado y tienden a utilizar procedimientos rápidos. (En el caso de una tarea ya sabida, y si aplicamos el procedimiento correcto, la respuesta debe ser apropiada, pero ahora estamos discutiendo el caso de la tarea para la extensión).

Tipo 2. Solución alcanzada con el uso de procedimientos con significado: Prioriza el procedimiento con el significado confuso o ambiguo

Este tipo se compone de las ideas b) y c). Estos estudiantes tienen la intención de confirmar el significado del procedimiento del cálculo, pero su idea incluye su propia interpretación semántica. Por lo tanto, al conseguir lo esencial de su idea, encuentran que su idea es una que contradice el significado y el procedimiento que ellos han aprendido previamente. Consecuentemente, hay muchos casos en los cuales su idea causa la confusión y la inquietud.

Tipo 3. Solución alcanzada a través del uso del procedimiento respaldado por el significado. Procedimiento y significado seguros

Como se muestra en d), cuando la solución refleja el significado apropiado y ha sido aprendido como un procedimiento, no hay contradicciones entre el procedimiento y el significado.

Generalmente, cuando las personas se enfrentan a una tarea desconocida, lo primero que hacen es probar con los procedimientos rápidos de usar en que ellas se manejan. A esto es lo que nos referimos como situación de 'procedimiento priorizado'. Si los niños creen en la situación con la que consiguieron la respuesta apropiada sin considerar el significado, entonces son categorizados como del Tipo 1: "priorizan procedimiento sin (o sin importar) el significado". En la realidad, hay muchos niños que reaccionan a una tarea desconocida dando prioridad al procedimiento sin pensar con cuidado acerca del significado. Si los niños además investigan el significado cuando se les pregunta, si el procedimiento que ellos eligieron poner en práctica es apropiado, y ellos muestran confusión e inquietud, son categorizados como del Tipo 2: "priorizan procedimiento con el significado confuso o ambiguo". En cambio, un estudiante cauteloso que aborda un problema investigando siempre el significado y asegurándose de que no hayan espacios, va a producir un resultado que tiene un procedimiento seguro y significado, estos estudiantes son categorizados como del Tipo 3.

Aunque no se muestra en el ejemplo anterior, otras ideas también son identificadas, ver cuadro siguiente.

Cuadro 7.5: Más categorías vinculadas al procedimiento y significado

Tipo 4. Soluciones sólo desde el significado: Da prioridad al significado sin procedimiento (o procedimiento confuso). Se observa este tipo cuando no se puede utilizar adecuadamente el procedimiento o cuando el estudiante aún no es experto en su uso.

Por consiguiente, la solución es alcanzada principalmente a través de la reflexión sobre el significado. Como ejemplo, considere el caso en que un estudiante no puede calcular 1900 400, pero puede responder si se le pide resolver el problema: "Usted tiene 1900 yenes. Usted compra el máximo de cajas de lápices de 400 yenes con ese dinero. Así que…"

Tipo 5. Incapacidad de encontrar una solución debido a insuficiencias en el procedimiento y en el significado: Sin significado ni procedimiento.

Es especialmente importante para los profesores tener en cuenta que los niños Tipo 5 no son capaces de resolver un problema. En el caso de los niños del Tipo 4, pueden dar muchas posibles soluciones en la clase, pero en muchos casos no hay resultados cuando se trata de pruebas formales. En el caso de alumnos de 1 º y 2 º grado, muchos niños Tipo 4 dan respuestas razonables si tienen una buena comprensión del significado, pero los niños en los grados más altos se encontrarán con dificultades. Cuando los alumnos de primaria llegan a 5 º y 6 º grados, y más aún cuando entran en la escuela secundaria inferior, hay un aumento en los libros de texto y los materiales que requieren de la procedurización del significado. Si los niños no manejan un procedimiento, es imposible desarrollar el significado que conlleva el procedimiento. Luego, es muy importante estar consciente de que algunos niños del Tipo 4 se moverán al Tipo 5, sin el dominio de procedimiento.

Aquí quisiéramos que los lectores aborden el siguiente problema acerca del conocimiento conceptual y el conocimiento procedural que poseen los niños de la clase del profesor Katsuro Tejima.

Ejercicio 3. Lo siguiente se utiliza en la introducción de los números fraccionarios en 4º grado. Cuando se pidió a los niños responder utilizando números fraccionarios para la longitud de un trozo de cinta, sus respuestas se ubican en uno de los tres tipos. Por favor, explique qué pensaban los niños.

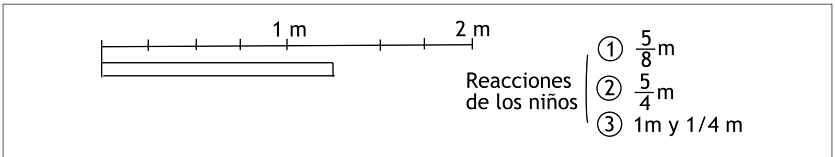


Figura 7.7: Respuestas de alumnos de 4º grado a ¿cuál es el largo de la cinta?

Respuestas al Ejercicio 3

Como se enseñó en el tercer grado, una fracción se interpreta como un número de partes de divisiones iguales de un todo, y en el caso de la fracción de una cantidad (medida), "2/3 m es el mismo que dos partes de tres divisiones iguales de 1 m". Las fracciones de un metro se aprenden sólo en el contexto de las mediciones de menos de 1m. Este procedimiento previamente aprendido dice a los niños que siempre hay que dividir el entero en partes iguales y que usar contextos en los que el numerador no exceda al denominador.

Caracterización del pensamiento de los estudiantes

El pensamiento del niño puede ser caracterizado como sigue:

1. 5/8 m: el procedimiento se aplicó usando 2 m como unidad. Este método es compatible con el procedimiento ya aprendido, sin embargo estos niños no reconocieron la contradicción que supone la obtención de un valor menor que 1. En consecuencia, se ilustra Tipo 1: «prioriza procedimiento sin el significado».

2. 5/4 m: esta respuesta se encontró rápidamente usando el supuesto que si hubo tres partes, cada una de ellas de ¼ m, la longitud total sería ¾ m, de modo que si hay cinco partes, la longitud debe ser 5 /4 m (generalización del procedimiento). Esto contradice el significado y el procedimiento que antes se les había enseñado a los niños, en los cuales un numerador es menor que el denominador. Los niños que se sintieron incómodos en esta instancia debieran ser clasificados como Tipo 2: «prioriza procedimiento con el significado confuso». Los niños que usaron el diagrama para establecer que 3 porciones de 1/4 m se convierten en 3/4 m y así que 5

porciones se convierten en 5/4 m (significado), pero que se confundieron en cómo podrían escribirlo de esa manera, porque habían aprendido previamente que el numerador no podía exceder al denominador (procedimiento), podrían ser clasificados como Tipo 4: da prioridad al significado sin procedimiento (o procedimiento confuso).

3. Esta respuesta muestra que los niños consideraron el largo como 1 m junto con 1/4 m. Obtenido por la sustracción de 1 m del total. Aquí no hay discrepancia con lo que previamente habían aprendido, estos niños serán clasificados como Tipo 3: "Procedimiento y significado seguros".

Esta sección se centra en la planificación de las clases de los profesores, y según lo mencionado anteriormente, los profesores deben decidir cuáles son el significado y el procedimiento a trabajar en el tema de su clase, además de proporcionar la orientación educativa apropiada de acuerdo con su plan de enseñanza. Debemos observar sin embargo que incluso cuando los niños son clasificados como del mismo tipo, su comprensión real, sus procesos de pensamiento y las maneras en que ellos deducen el significado y el procedimiento, pueden diferir dependiendo del niño individual y de la situación.

Antes de cada lección, es necesario que los profesores preparen el material de enseñanza y planifiquen la lección en base a la secuencia requerida del plan de estudios. Con el fin de apoyar la planificación de la clase, esta sección ha identificado los tipos anteriormente mencionados como parte de la investigación del material didáctico realizada por el profesor. El profesor será capaz de preparar lo siguiente de acuerdo con la clasificación por tipos: anticipe el tipo de ideas que emergerán de los niños basado en lo que han aprendido previamente; planifique con una buena estrategia el contenido de instrucción para la clase basada en estas ideas diversas; y cree las maneras de facilitar la instrucción de modo que los niños puedan reconocer qué es lo que no entienden y así guiarlos a experimentar la alegría de la comprensión. Al ser capaz de anticipar las causas de las posibles confusiones de los niños y sus ideas, los profesores podrán concebir de antemano cómo deben desarrollar sus explicaciones y discusiones. Los Tipos provistos por las categorizaciones están para que el profesor los utilice para planificar la clase en pos del desarrollo conceptual, en la secuencia con extensión basada en lo que han aprendido los estudiantes previamente.

Referencias

Isoda, M. (1996). Problem-Solving Approach with Diverse Ideas and Dialectic Discussions: Conflict and appreciation based on the conceptual and procedural knowledge, Tokyo: Meijitosyo Pub. (Versión en inglés disponible en http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/progress_report/)

CAPÍTULO 8

La gestión de la clase

En este capítulo se ofrecen sugerencias para gestionar distintos aspectos de la clase. En primer lugar se hace referencia a la gestión de aspectos rutinarios, como por ejemplo el uso de la pizarra para una óptima transcripción de los contenidos en los cuadernos de los alumnos. También se hace referencia a la gestión de la ejercitación y a la gestión del trabajo en grupo.

La segunda parte del capítulo se refiere a la gestión de la discusión y el cierre de la clase, en el marco de una clase de resolución de problemas. En este caso se presenta el ejemplo de la clase de la Escuela de Tsuta, difundida por Fernández y Yoshida.

Temas

1. La Gestión para consolidar las rutinas de la clase
2. Gestión de la discusión y cierre de la clase
3. Análisis de la gestión de una clase del profesor Seiyama por medio de vídeos

1. GESTIÓN PARA CONSOLIDAR LAS RUTINAS DE LA CLASE

Los alumnos requieren de buenos hábitos de trabajo para alcanzar habilidades de aprendizaje eficientes. La adquisición de esos hábitos usualmente es producto del cuidadoso apoyo de un profesor. Por ejemplo, para que los alumnos aprendan a tomar buenos apuntes en sus cuaderno a partir de lo escrito en la pizarra, el profesor ha de tener un buen manejo de la escritura en la pizarra y un buen manejo de los tiempos en el aula para que los alumnos alcancen a hacer las transcripciones a sus cuadernos.

La escritura en la pizarra sirve para que los niños aprendan y memoricen visualmente los temas de la clase, por lo que el profesor debe ser sistemático en su buen uso. Por ejemplo, en los grados inferiores e intermedios, el profesor debiera evitar borrar lo escrito en la pizarra hasta después de terminar la clase, de modo que los alumnos tengan permanentemente en frente la idea que se desarrolla durante la clase. El profesor debe orientar a los niños a copiar en sus cuadernos lo escrito en la pizarra como un documento de consulta para repasar lo aprendido por sí solos en casa. La idea es que la escritura de la pizarra sea una obra magistral de la clase y, por lo tanto, se necesita que el profesor idee una forma idónea para el desarrollo de cada clase y escriba en la pizarra sólo lo esencial.

La pizarra y el cuaderno

Mientras el transcurrir de la clase va quedando en la pizarra, esa información es transcrita por los alumnos en sus cuadernos. Ese hecho debiera estar presente en la mente del profesor, quien en función de ello debe considerar que las pizarras no tienen el mismo ancho que los cuadernos y que por ende el alumno deberá acomodar el ordenamiento de los mensajes para que se conserven en el cuaderno.

Usualmente el cuaderno es más alto que ancho, lo que no ocurre así con la pizarra. Por lo que probablemente la transcripción al cuaderno perderá la estructura del esquema de la clase dispuesto en la pizarra.

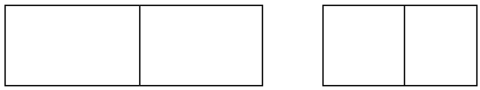


Figura 8.1: Disposición del cuaderno del alumno

Escribir en el cuaderno lateralmente

Una forma de mantener en el cuaderno el esquema de la pizarra es colocando el cuaderno de costado, tanto de cuadros como de líneas, con las rayas verticales. Las rayas incluso servirán al alumno para hacer los ejercicios de cálculo en la forma vertical. Por otro lado, cuando dibujan la recta numérica, los alumnos podrán ubicar los números en un determinado intervalo.

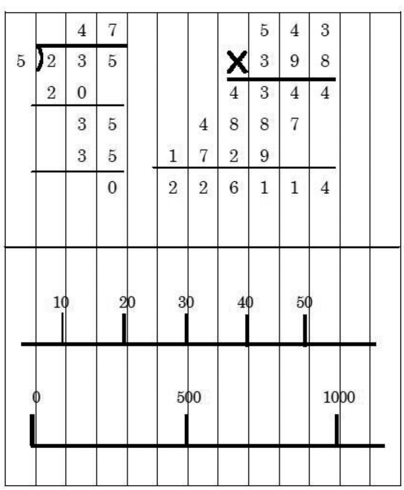


Figura 8.2: Cuaderno vertical

Planeamiento de la transcripción de la pizarra a los cuadernos

Si la pizarra es pequeña, está mala o bien la sala no tiene pizarra, es provechoso hacer en papel una pizarra sencilla, que sirva para practicar ejercicios y dar lugar a las explicaciones de los niños. El profesor simplemente puede disponer de hojas de papel tamaño carta, por ejemplo, cinta autoadhesiva, y un lápiz marcador. Con la cinta puede pegar el papel a la vista de los alumnos y puede escribir en él con el marcador. Además, podrá sacar y poner la hoja cuando le sea necesario.

Tarjeta con títulos para ordenar el uso del cuaderno

Las hojas servirán al profesor para hacer tarjetas con títulos dispuestos como si estuvieran en la pizarra. Los títulos corresponderán a la fecha, nombre de la unidad, nombre de la situación de repaso, el objetivo de la clase, el problema de hoy, y el resumen. Los títulos estarán en ubicaciones estratégicas, de modo que clase a clase los niños se vayan acostumbrando a describirlos.

Utilidad del cuaderno del alumno

Los cuadernos de los niños son importantes para ellos, allí quedan los registros de cada clase. En los cuadernos los alumnos toman nota del resumen de la clase conforme a los contenidos que pudieron ser organizados en las tarjetas. La estructuración sintética de los contenidos en la pizarra favorece la comprensión de los alumnos. Cuando los niños ven en la pizarra las ideas de sus compañeros, mejoran las propias. Los cuadernos de los niños son fuente de información para los profesores. Estos reflejan las producciones de los alumnos que quedan escritas en la pizarra. Es esencial que el profesor reflexione en torno a lo que se escribe en la pizarra, procurando sólo escribir aquello que es clave para el avance de la clase. Otras preguntas que debe atender el profesor son ¿cuál es la estrategia para decidir qué se anota en el cuaderno?, ¿cómo se toma notas en el cuaderno?, y ¿en qué medida se anima a los niños a pensar por sí mismos?

Es recomendable que los alumnos anoten en sus cuaderno todas las ideas que se les venga a la mente. Usualmente, los niños quieren escribir sólo lo correcto, temiendo escribir errores. Para el docente todo lo que escribe el alumno es información. Luego es importante animar a los niños a escribir en el cuaderno. Cuando buscan solución es importante que supongan una respuesta, una hipótesis. También deben tener oportunidad de escribir en términos de expresiones simbólicas, ecuaciones, y por medio de dibujos, no sólo en palabras. Los niños deben tener la posibilidad de expresar su razonamiento y de distintas formas si fuera posible. Además, la escritura en el cuaderno anima a los alumnos a expresarse ante sus compañeros. Es conveniente pedir al alumno que no tache, ni borre, que tenga presente los errores. Y si un compañero tiene una mejor forma de resolver un problema, reflexionar sobre las formas distintas, como también es bueno para el desarrollo de la metacognición el reflexionar sobre la clase y anotar lo aprendido.

Es conveniente acostumbrar a los niños a escribir en sus cuadernos lo que se escribe en la pizarra, para que en sus cuadernos se haga el documento de consulta y repasen lo aprendido por sí solos en sus casas. Es valioso que los maestros hagan un chequeo diario o semanal de los cuadernos de los niños, porque ello les permite ver, alabar y aconsejar. Estas interacciones sirven para mantener motivados a los alumnos, para que mantengan sus cuadernos en orden y para que estudien con ganas. Los profesores, al controlar los cuadernos, es bueno que escriban e**xpresiones positivas de alabanza o de consejo:**

Tabla 8.1: Frases de alabanza y consejos

De alabanza
- ¡Muy bien! - ¡Excelente! sin errores. - ¡Bueno! - ¡Tiene buena letra! - ¡Tiene los cálculos correctos! - ¡Completa bien!
De consejo
- Escriba usando un lenguaje más amigable - Repiense los problemas - Comprenda la forma vertical. - Escriba los números ordenadamente. - Escribalo, sin copiarlo del cuaderno de su compañero.

Conducir la clase motivando y alabando el trabajo de los niños

La motivación al alumno no sólo debe darse por escrito, es buena la alabanza verbal y pública. No es bueno negar a los alumnos sus intenciones. Es mejor dejarlos que se equivoquen a que generen una conducta dependiente. Incluso, antes de negarles que intenten seguir un camino de poco interés, es mejor motivarlos a que se dispongan a emprender otra alternativa de solución. No es correcto desanimar a los alumnos en clases. Los alumnos deben estar motivados. El profesor debiera guiarlos con frases como éstas: Piense otra vez. Tenga un poco más de ánimo. Estoy seguro de que está en un buen camino.

Gestión de la clase orientada a la ejercitación

Si bien el profesor Hosomizu ha mostrado que la clase de ejercitación también puede hacerse de una manera desafiante, cambiando el ejercicio rutinario por un problema abierto cuya resolución involucra tanteos y pensamiento estratégico, esta sección hace referencia a cómo los profesores japoneses actúan tradicionalmente para consolidar el aprendizaje de los procedimientos algorítmicos en los alumnos.

La siguiente tabla muestra distintas formas de gestión según el tipo de curso al cual pertenezcan los estudiantes: grupo curso constituido por alumnos de distintos grados (curso multigrado) o bien grupo curso constituido por alumnos de un mismo grado (unigrado).

Tabla 8.2: Ejercitación en cursos uni y multidocentes

	Unigrado	**Multigrado**
1. Dar ejercicios. El número conveniente sería 4 o 5 ejercicios para un paso. Se puede utilizar los del texto para el alumno.	- Limitar tiempo para resolver los ejercicios de acuerdo a la necesidad de los niños. - No es necesario que todos los niños completen todos los ejercicios. - El Maestro(a) recorre el aula para orientar individualmente a los niños que tengan dificultad.	- Fijar un alumno tutor de los niños de la clase de hoy. (Según la situación de la sección, poner el líder de la asignatura o de la sección). - Indicar a los niños que terminen los ejercicios dados hasta que el profesor(a) venga a atender su grado. - Es bueno que los niños que terminen primero ayuden al resto.
2. Puntuar los ejercicios hechos.	- Les toca a los niños decir la respuesta por turno desde sus asientos o escribirla en la pizarra. (Continuando del último niño de la clase pasada.)	- El alumno tutor dice o escribe en la pizarra las respuestas correctas una vez que todos han terminado de hacer los ejercicios.
3. Confirmar en qué proporción logró un buen resultado de todos los ejercicios hechos.	- El Maestro(a) indica que levanten la mano cuando su respuesta está buena en cada ejercicio, y ve el número aproximado que lo han hecho bien.	- Una vez que el profesor(a) está disponible para atender al grado correspondiente, haga lo que dice la casilla izquierda, por favor.
4. Corregir los errores para saber cuál fue la causa	- Estudiar juntos los errores y extraer el mejor proceso de resolución (Hay caso posible de explicar por el maestro y unos niños)	- Hacer de nuevo los ejercicios que tengan errores por el niño(a) mismo(a), después enseñárselos en colaboración mutua entre los niños.

Guiando la manera de trabajar en grupo

En la gestión de la clase el profesor debe estar atento a decidir en qué momento es propicio el trabajo personal, de reflexión, y momento en que ya es conveniente la interacción, el trabajo en pares o en grupo, o incluso en actividad plenaria. Según el tipo de tareas a emprender es conveniente formar grupos de distinta composición, incluso mixta o libre, de modo que la colaboración sea realista y eventualmente espontánea.

Formación de grupos de 2 o 3 estudiantes

Son propicios los grupos pequeños cuando la cooperación se realiza en torno a materiales en una actividad manipulativa, operativa o en la resolución de un problema difícil. En grupos pequeños los estudiantes pueden manejar juntos los materiales y los niños pueden enseñarse colaborativamente. Además pueden intercambiarse los cuadernos tomando apuntes en relación a los ejercicios.

Formación de grupos de 4 a 6 estudiantes

Estos grupos son de utilidad para la cooperación en la reflexión y actividad operativa sobre problemas como los geométricos y de medidas. También este tamaño de grupo es apropiado cuando se permite que se enseñen entre los niños en colaboración mutua, en los ejercicios y se revisen las respuestas equivocadas.

2. GESTIÓN DE LA DISCUSIÓN EN LA CLASE

Si la primera etapa de la clase se caracterizó por el trabajo individual o en grupo con representaciones o material manipulativo, llega el momento en qué se ha de motivar a los alumnos a presentar sus avances, a discutir sus producciones y las de sus compañeros. Esta etapa requiere de una preparación, de un análisis a priori y de un ejercicio de toma de decisiones en el aula por parte del profesor a partir de las interacciones en el momento y de lo que él pudo observar en la etapa de trabajo previo de los alumnos. La fase de discusión es la más importante y compleja de la clase. En esta fase el profesor debe procurar elevar los niveles de comprensión de los distintos estudiantes. Esta fase exige al profesor un manejo profundo de las subcomprensiones de los alumnos y de los distintos caminos para solucionar el problema de la clase. La presente sección describe la gestión de la discusión de la clase descrita en la Escuela de Tsuta.

Gestión de la discusión

Fijemos la atención en el relato del caso de la escuela de Tsuta:

La pregunta que se hizo el grupo de profesores en el momento de preparar la etapa de discusión fue ¿cómo se motivará a los alumnos a discutir sus trabajos? Los profesores estimaron que la actividad manipulativa podrían completarla en 10 minutos. Luego dedicaron bastante tiempo para idear un ambiente de clase que lleve a una rica discusión a partir de las ideas de los niños acerca de cómo calcular 12-7. Una cuestión se refirió a si era conveniente que los alumnos tuvieran un soporte escrito o diagramado en la pizarra en el momento de exponer, ya que ellos les ayudaría. Un profesor comenta, “en algunas oportunidades les pido que escriban algo de los datos del problema y que luego respondan a la pregunta: ¿qué se está preguntando en el problema?” Los profesores tomaron cuadernos de algunos alumnos y notaron que su habilidad para escribir explicaciones era débil. Un profesor sugirió que se les ayudara con preguntas precisas como: “Por favor, muéstrame cómo lo hiciste”. Otro profesor sugirió evitar preguntas tan prescriptivas y que sería mejor dar libertad a los alumnos para optar por explicaciones de otra naturaleza como: “Yo dibujé círculos y los conté” lo que no podrían mostrar con el material manipulativo disponible para la discusión de la clase. Sobre la base de que el propósito de la clase es contribuir a ampliar las formas de pensar de los alumnos y no a restringírselas, los profesores aceptaron la sugerencia, una profesora sugirió que se les pidiera a los alumnos escribir el máximo de soluciones posibles. Pero otra profesora advirtió que los alumnos de primero básico tienden a confundirse cuando tienen más de una idea en una hoja de papel. Surgió la siguiente posible pregunta a los alumnos: “Por favor, explica con claridad cómo encontrar tu solución, de modo que tu hermana pequeña pueda entenderla”, otra proposición fue “¿cómo encontraste la respuesta?”

También se discutió si era conveniente el trabajo individual o en pequeños grupos. Si se proponía trabajo personal y luego en grupo, las exposiciones de los alumnos serían más depuradas y los alumnos tendrían la oportunidad de tener retroalimentación al interior del grupo. Por otro lado, un profesor sostuvo que la discusión ante la clase completa sería menos diversa. Frente a ello se propuso que la exposición de cada grupo debía tratar una estrategia no expuesta por los grupos anteriores. Surgió la pregunta de cómo saber si los alumnos entienden las distintas estrategias propuestas por sus compañeros. Ello llevó a revalorar la idea de que antes del plenario se discutiera en pequeños grupos. Finalmente la profesora que confeccionó el plan de clases preliminar, insistió en que ella preferiría trabajar individualmente y no en pequeños grupos, a lo cual los profesores accedieron ya que ella conocía su curso y la profesora del curso paralelo accedió a trabajar esa modalidad. Se sugirió que en virtud del tiempo, la profesora tuviera frases en cartulinas que sintetizaran las ideas de cada estrategia, ello ayudaría a los niños a entender mejor si sus estrategias se parecen a las expuestas por otros grupos. Todos los profesores concordaron en esta idea.

Cómo conducir la discusión en la clase

La etapa de discusión pone en juego una multiplicidad de objetivos. Por un lado la discusión favorece el desarrollo de habilidades de comunicación y por otro favorece los aprendizajes en conformidad a la zona de desarrollo próximo que es diversa entre los alumnos. En cuanto al desarrollo de las habilidades de comunicación, se espera que los alumnos formulen mediante lenguaje matemático, la lengua natural y sistemas de representaciones las regularidades que descubrieron y eventuales soluciones al problema. En cuanto a los aprendizajes regulados por la zona de desarrollo próximo, es destacable que las expresiones de alumnos con distintas formas de acercamiento a la solución del problema en el marco de una sesión plenaria son eventos ejemplares que tienen en cuenta la diversidad en el proceso de enseñanza aprendizaje.

El profesor dispone de varios recursos para gestionar el momento de discusión en la clase, que sin dudas variará conforme a lo habituado que estén los alumnos a la actividad y a las características incluso de personalidad de algunos alumnos que podrían manifestarse como líderes en estos episodios de la clase. Entre los principales recursos que dispone el profesor se tienen: (a) el uso de preguntas, (b) el aprovechamiento del contrato pedagógico y (c) el aprovechamiento de las respuestas de los alumnos.

1. Haciendo uso de preguntas

Con respecto al uso de preguntas, el profesor puede utilizarlas para llevar el ritmo de la clase. Preguntas muy difíciles llevarán a silencios o respuestas muy heterogéneas que acarrearán la pérdida de atención de los alumnos. Las preguntas con respuestas evidentes son de poco interés didáctico y poco valor formativo, sirven básicamente para verificar la atención de los alumnos. Las buenas preguntas requieren ser planificadas y ajustarse al nivel de desarrollo próximo de los alumnos, de modo que los alumnos con mayor comprensión que el resto compartan sus puntos de vista y favorezcan la comprensión de la mayor parte de sus compañeros. La formulación de las preguntas es clave, por lo que se debiera establecer con antelación, en la medida de lo posible, un conjunto de preguntas clave a considerar durante la clase. Preguntas que estarán asociadas a los comportamientos que se desea y se prevén aparecer durante el desarrollo de la clase.

Las preguntas en primer lugar pueden orientarse al qué y al cómo. De manera que el alumno describa lo realizado y reflexione sobre ello: ¿cómo llegó al resultado?, ¿qué procedimientos utilizó? Luego, las preguntas pueden atender dimensiones más abstractas, de índole argumentativa que tiendan a validar las acciones: ¿Por qué el procedimiento que utilizó es adecuado? Más adelante, posiblemente antes del cierre de la clase, se incluirán preguntas que exijan a los alumnos conductas meta-cognitivas y comportamientos que los induzcan a comparar sus producciones con las de sus compañeros: ¿qué diferencias hay entre los distintos caminos y las respuestas dadas por tus compañeros?, ¿qué caminos son más fáciles de entender o se hicieron con representaciones más intuitivas?, ¿qué caminos son más eficientes, abreviados o llevan a la respuesta con más rapidez? Si bien no es posible planear todas las preguntas a formular en una clase, es recomendable preparar las preguntas más orientadoras de la clase.

2. Estabilizando el contrato pedagógico

El contrato pedagógico es usualmente implícito y se afianza a partir de la consistencia de las interacciones en el aula. Esto es, si un profesor, o más aún, si el conjunto de profesores de una escuela persevera en habituar a los alumnos a escuchar en silencio mientras un compañero expresa sus ideas al grupo, entonces esa conducta de respeto que se traduce en una oportunidad de aprendizaje se mantendrá en los alumnos mientras el profesor sea consecuente y no dé cabida a la pérdida de sentido de la misma. Lo cual puede ocurrir si se deja a los alumnos opinar en clase sin una mayor reflexión, o si se deja a los alumnos que se desordenen sin llamarles la atención. Forman parte del contrato pedagógico estrategias para el uso de la pizarra, dinámicas de movimiento de bancos y sillas para trabajar en grupo, la posibilidad de desplazarse un alumno en la sala o conversar con su compañero de bancos durante el tiempo asignado para el trabajo grupal o individual, las estrategias de comunicación visual o por medio del alzamiento de la mano para indicar que se ha comprendido o que se quiere intervenir en la clase.

Durante las clases los profesores en Japón solicitan a sus alumnos ponerse de pie para resolver mentalmente un conjunto de ejercicios expuestos en la pizarra y les indican que tomen asiento tras realizarlos. Hay veces que un profesor solicita a los alumnos que se levanten de su silla al terminar una tarea asignada o descubrir una regularidad. Estas dinámicas permiten a los alumnos moverse algunos segundos y permiten al profesor tener una idea del avance del grupo y de las diferencias individuales.

En la medida que el profesor conoce a sus alumnos va fijando formas de trabajo que con el tiempo pasan a imponerse por tradición. Recuerdo un video de clases, probablemente de 5to grado, en que un profesor en Japón tras presentar el problema al inicio de la clase, ya no dio más instrucciones al grupo curso durante la sesión. Los alumnos guiaron la clase sin intervención del profesor, ni siquiera para pedirles que la conduzcan. Una vez que varios alumnos tenían producciones, una alumna solicitó exponer frente a la pizarra, un compañero le dijo que él quería hacerlo, conversaron y acordaron que uno de ellos expusiera. El profesor continuó apoyando a los niños más débiles, mientras algunos alumnos continuaron la dinámica de presentar sus producciones. La actividad de la clase sorprende más aun cuando se aprecia en dicho video que son los mismos alumnos quienes comparan los trabajos presentados, destacan las ideas más significativas y cierran la clase.

La consolidación de un contrato pedagógico implícito estable es fruto de una negociación con los alumnos. Si los alumnos sienten que las clases no son gratificantes, sino lugares en que se les exigen tareas sin sentido y en los que se desatienden sus intereses, entonces manifiestan conductas inadaptadas. La negociación se hace infructuosa, emergiendo conflictos de interés entre el profesor que intenta que sus alumnos aprendan y los alumnos que no perciben en el profesor una contribución a su desarrollo. Bajo estas condiciones el contrato se debilita y en algunos casos la ruptura de contrato se torna cotidiano, cuestión que desgasta al profesor y desenlaza en la deserción u otros mecanismos de regulación social.

El éxito de una clase y del mismo profesor como docente depende fuertemente de su capacidad para establecer un contrato pedagógico estable en el aula. En el seno de este contrato se tiene el contrato didáctico que hace alusión a las relaciones entre alumnos, el profesor y los conocimientos y habilidades por aprender. Este contrato, ligado fuertemente al saber matemático, muchas veces es inadvertido incluso por el profesor. Existen razones ajenas a los alumnos y al profesor, como por ejemplo la insuficiencia de conocimientos de los alumnos para enfrentar un desafío nuevo. En oportunidades el profesor no advierte que existe una gran distancia entre la matemática que pone en juego en el aula y el contexto en el que podría entenderla el alumno. A veces el profesor no percibe los obstáculos didácticos de origen epistemológico o de otra naturaleza presentes en la enseñanza que le producen una incomunicación con sus alumnos. La preparación de la clase entre profesores, algunos con más experiencia y éxito que otros, es de suma ayuda para atender esta compleja gama de factores que inciden en el éxito de una clase.

3. Aprovechando las respuestas de los alumnos

Por último, en cuanto al aprovechamiento de las respuestas dadas por los alumnos, cabe primeramente identificar las gestuales en adición a las verbales. El alumno se comunica con el profesor con el solo hecho de levantar la mano, expresando por ejemplo que ha elaborado una respuesta que quiere compartir. Basta al profesor, en algunos casos, ver las caras de los alumnos para darse cuenta si están entendiendo, basta escuchar un murmullo o una expresión espontánea de los alumnos para tomar conocimiento de cuán atareados se sienten.

Las respuestas más significativas son las explicaciones que dan los alumnos. Pues a partir de ellas el profesor conduce la clase. Las respuestas de los alumnos, expresadas en la pizarra por medio de símbolos o esquemas, o verbalmente, dejan entrever el grado de comprensión. Teniendo en cuenta tales respuestas, el profesor ha de continuar con la clase, ofreciendo buenas réplicas y preguntas en el contexto de un proceso de devolución, con la finalidad de que los alumnos se hagan cargo del problema nuevamente y ellos mismos le den solución.

El alumno que expone ante el curso puede eventualmente manifestar una subcomprensión del problema y por ende dar una respuesta errónea. Será tarea de los compañeros entrar en discusión con su compañero. El profesor debiera encauzar el diálogo con algunas indicaciones para que el alumno se haga cargo de sus errores y persevere en la búsqueda. El profesor debe facilitar la comprensión, pero en ningún caso sustituir el pensamiento del alumno. En la fase de discusión de una clase, la tarea principal del profesor es escuchar al alumno, comprender su visión, vincularla al objetivo de la clase y conducir los siguientes momentos.

Para guiar la discusión, el profesor debe tener en cuenta la presencia de dificultades en la comprensión del alumno. Debe hacer notar al alumno que se encuentra en una situación de conflicto. Debe permitirle que tome conocimiento de la inconsistencia de su discurso y de la necesidad de cambiar el referente para superar el conflicto. Fácilmente un alumno descubre el valor de seis dulces si el valor de dos es $20. Sin embargo no le es fácil determinar el valor de 3 dulces si el valor de 8 es $18.

Para la primera situación el alumno dispone de varios caminos sustentados en el sentido común, para la segunda es necesario que el alumno identifique dos operadores o bien utilice una estrategia de proporcionalidad.

Para guiar la discusión de la clase, el profesor debe predecir el comportamiento del alumno y tener en cuenta su nivel de comprensión. Para alcanzar esta visión, el profesor debe estudiar con anticipación las posibles respuestas de los alumnos, de modo que garantice un flujo o ritmo de avance, y evite el estancamiento.

Cuando hayan llegado a la etapa abstracta de resolver los problemas, se necesitará al profesor para que dirija al grupo en el desarrollo de distintos procesos de resolución. Si la actividad incluye ejercitación rutinaria, ésta tiene que ser muy breve, sólo un auxiliar frente a los problemas desafiantes que favorecen el entendimiento de los niños.

El cierre de la clase

Una vez que algunos alumnos presentan sus ideas a la clase y se discute sobre ellas, llega el momento de hacer una síntesis, de mirar en perspectiva qué se ha hecho: ¿qué hay de nuevo?, ¿en qué grado se dio solución al problema de la clase?, ¿qué quedó pendiente? Y ¿cómo se proseguirá en la siguiente clase? Ese es el momento de cerrar la clase y debe ser previsto antes de que el cansancio de los alumnos y las restricciones de los 45 minutos de la sesión no lo permitan.

Este momento de cierre debiera orientarse a un proceso de síntesis en el que los alumnos registren en sus cuadernos los aspectos más relevantes de lo aprendido en clases. Este momento está a cargo del profesor y debiera destinarlo a que los alumnos vuelvan sobre sus descubrimientos y los aportes de sus compañeros con el objeto de estampar a modo de síntesis el conocimiento nuevo, las formas alternativas de representación y aquellos aspectos que son relevantes y seguirán en juego en las clases siguientes.

El profesor debiera aprovechar este momento para conectar la clase con la siguiente, dejando entrever qué pregunta podría emerger para la siguiente sesión. El profesor debiera indicar cómo consolidar los aprendizajes, incluso proponiendo ejercitación complementaria fuera de clases, de modo que los alumnos practiquen los procedimientos adquiridos en clases y se estrechen las diferencias individuales en cuanto a la habilidad para tratar los conceptos trabajados en la clase. El cierre de la clase debiera contribuir a mantener la motivación de los alumnos, el deseo de seguir aprendiendo y la eventual tarea para la casa no debiera ser repetitiva y aburrida en exceso. Idealmente se debiera dar la posibilidad de que el alumno continúe con una actitud de exploración, de búsqueda de regularidades y en esa misma búsqueda consolide sus aprendizajes. Al respecto puede leer la sección 3 del capítulo 6, que relata los ejercicios propuestos por el profesor Hosomizu a sus alumnos.

El momento de cierre es guiado por el profesor, quien mostrando el todo estampado en el esquema producido en la pizarra, destaca lo principal de la clase. No va más allá de 5 minutos y contempla tiempo suficiente para que los alumnos escriban en sus cuadernos. Al permitir el cierre el encadenamiento con la clase siguiente, debe estar iluminado por la planificación de la unidad. El profesor debe evaluar en qué medida el grupo alcanzó el objetivo de la clase y está en condiciones para avanzar al nuevo desafío establecido en el plan de la unidad. Según el avance del curso deberá proponerse pasos más o menos largos por clase y deberá indicar las tareas a realizar por los alumnos fuera de clases, incluso pudiendo ser diferida en función del avance y nivel de los distintos alumnos.

El cierre y el trabajo para la casa

En Japón las clases usualmente se complementan con trabajo adicional de los alumnos en casa o con el apoyo de profesores en clases particulares o asesoría grupal. En Chile, bajo el esquema de la jornada escolar completa y las 5 o 6 horas semanales dedicadas a la matemática, la ejercitación y otras tareas complementarias debieran hacerse dentro de la escuela. El profesor debiera considerar en su programación clases para tratar conocimientos nuevos y clases para ejercitar, sin que por ello la ejercitación se convierta en una actividad en que haya pérdida de sentido. En el cierre de la clase debiera establecerse el tipo de clase proyectada para la siguiente sesión.

Hay casos en que los 45 minutos se hacen insuficientes para cerrar la clase con el logro de los aprendizajes esperados. En este caso, el profesor no debiera apurarse y en virtud de las exigencias del currículo pretender dar por sabido aquello que aún no ha sido logrado por los alumnos. El profesor debiera ser honesto consigo mismo y retomar la actividad en la siguiente clase con un nuevo problema, ajustándose esta vez mejor a la realidad del grupo con que trabaja. El cierre de la clase en este caso debiera destacar los desafíos que quedaron pendientes y desafiar a los alumnos a resolverlos por sí mismos fuera de clases. En la clase siguiente podrá retomarlos desde la comprensión de los mismos alumnos. Para apurar el paso y cumplir con los objetivos del programa, deberá ajustar su plan, centrándose en los objetivos fundamentales y contenidos mínimos, de manera que los aprendizajes de sus alumnos se ajusten al mapa de progreso establecido para el nivel.

3. ANÁLISIS DE LA GESTIÓN DE UNA CLASE DEL PROFESOR SEIYAMA POR MEDIO DE VIDEOS

En esta sección se invita al lector a apoyarse en el DVD que incluye el presente libro. Sugerimos que observe con detención la clase 2 completa o al menos algunos de los 5 video-clips seleccionados para hacer un análisis de la gestión de la clase conducida por el profesor Takao Seiyama.

Retomando el problema de la clase anterior

Observe atentamente el video clip, minuto 2:05, de 4 minutos 10 segundos de duración, de la clase 2 del profesor Seiyama, contenido en el DVD adjunto.

> *Preguntas:*
>
> ¿En qué elementos físicos se apoya el profesor Seiyama para recapitular la clase anterior?, ¿qué datos considera como parte de la rutina del inicio de la clase?, ¿cuál es el problema que retoma?

¿Quién puede explicarlo?

El segundo video clip, minuto 9:44, de 1 minuto 54 segundos de duración, de la clase 2 del profesor Seiyama, se refiere a la manera en que el profesor organiza en la pizarra las ideas vistas en la clase anterior. El Sr. Seiyama ocupa tiza blanca y dibuja recuadros, flechas, círculos para destacar las ideas. Para recordar la expresión 6x60, coloca el esquema y les pide “Explíquense entre ustedes", y los niños comienzan a comunicar sus ideas entre ellos.

Pregunta:

El profesor pregunta a la clase: ¿Quiénes pensaron 15x4? Salen a la pizarra a explicar tres alumnos consecutivamente. Las explicaciones de los alumnos son algo distintas entre sí. ¿En qué pudo haber pensado el profesor para establecer el orden en que saldrían a explicar los tres alumnos?

El manejo del error

Observe el tercer video clip, minuto 21:22, de 2 minutos 16 segundos de duración, de la clase 2 del profesor Seiyama.

El profesor constata una respuesta errónea del alumno que explica en la pizarra al curso, pero no descalifica al alumno ni a su idea. Los alumnos opinan en voz alta, que el argumento de su compañero de "0 personas es raro" , pues están trabajando siempre con 360 personas.

Preguntas:

¿Cómo maneja la situación el profesor?, ¿deja pasar el error sin atenderlo? o ¿se refiere al error brevemente sólo para aclararlo, centrándose en el objetivo de la clase?

Buscando una nueva expresión

Observe el cuarto video clip, minuto 27:00, de 3 minutos de duración, de la clase 2 del profesor Seiyama,

El profesor solicita a los alumnos que den otra nueva expresión, pregunta ¿Cómo encuentro la nueva expresión?

Preguntas:

¿Cómo gestiona el profesor este momento de la clase?, ¿da tiempo a los alumnos para que comuniquen sus ideas a la clase?, ¿cómo va construyendo el ambiente para que los alumnos escuchen con atención a sus compañeros?

El profesor escribe la expresión de una alumna e invita a los alumnos a participar entregando sus razones de esta nueva expresión. El profesor escribe y reitera las razones matemáticas que van surgiendo de los niños.

Para hacer más fácil el cálculo

Observe el cuarto video clip, minuto 32:19, de 4 minutos 2 segundos de duración, de la clase 2 del profesor Seiyama.

El profesor maneja el tiempo de la clase y lo comunica a los alumnos. Les solicita resolver el último problema. Les insiste en ocupar lo aprendido, en observar en la pizarra las expresiones encontradas y descomponer la nueva expresión para hacer el cálculo más fácil sin ocupar el cálculo vertical de la multiplicación. Note que el profesor no borra la pizarra, pese a no tener mucho espacio, busca uno pequeño, dibuja un recuadro y en él escribe el nuevo problema (una expresión distinta).

Preguntas:

Dos preguntas: ¿cuál es el objetivo de la clase?, ¿qué factores o aspectos distintos controló el profesor para conducir armoniosamente la clase hacia la consecusión del objetivo de la clase?

Referencias:

Fernández, C. & Yoshida, M. (2004) Lesson study: A Japanese approach to improving instruction through school-mathematics teaching and learning. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Tashiro Y. (2005) Ideas para preparar la clase. En e-archives cooperation bases system for education. Recuperado el 8-8-09 desde http://archive.criced.tsukuba.ac.jp/en/result_data.php?idx_key=1727

CAPÍTULO 9

La dimensión evaluativa

La primera parte del capítulo se refiere a la evaluación de la marcha de la clase. Específicamente, la evaluación en el Plan de la Unidad "Sumas y restas verticales" para Segundo Grado, y la evaluación en las dimensiones "Pensamiento y Entendimiento" en el estudio de la "Suma de los Ángulos Interiores del Cuadrilátero".

El segundo tema se refiere a la evaluación de proceso. En esta sección se exponen pautas para analizar el trabajo del profesor y para analizar el trabajo del alumno. La última sección se refiere al tema de la evaluación de los aprendizajes de los alumnos. En este caso se ofrecen ejemplos de ítemes de evaluación de alcance nacional en Japón, referidos a segundo grado de primaria y un ejemplo para la educación secundaria inferior.

Temas:

1. La evaluación de la marcha de la clase
2. Evaluación de proceso en la enseñanza
3. Evaluación de los aprendizajes

Por muchos años la evaluación de la educación en Chile estuvo centrada en calificar el aprendizaje del alumno, bajo la premisa de que el aprendizaje era esencialmente reflejo del esfuerzo y capacidad del alumno. Actualmente la mirada evaluativa es más amplia, ésta atiende la dimensión docente, los textos escolares, los procesos de aula y los cambios curriculares.

Llama la atención que en Japón, por ejemplo, la promoción escolar sea automática en Primaria, de 1° a 6° grado, y que a pesar de ello el profesorado y las autoridades gubernamentales pongan tanta atención en los procesos evaluativos, en particular a la evaluación de la marcha de la clase como instancia en que los alumnos ponen en juego sus saberes adquiridos para constatar sus alcances y la necesidad de disponer de nuevos saberes. En Japón, en la década anterior sólo el 10% de los alumnos era evaluado en procesos de gran escala con el objeto de entregar al Gobierno datos sobre la calidad del proceso. Por su lado, son los Distritos, las escuelas y los profesores quienes implementan esquemas evaluativos más cualitativos en el contexto de las prácticas pedagógicas. De hecho el profesor está constantemente evaluando, aunque no calificando, al alumno, los materiales usados y el mismo proceso de enseñanza aprendizaje.

En Japón el profesorado tiene una actitud crítica frente a su práctica, una actitud ampliamente compartida por los docentes superiores. El profesor realiza su clase con una alta exigencia y expectativa de aprendizaje. Planifica para la clase la problemática en que involucrará al alumno, como también los criterios que le permitirán evaluar la marcha de la clase. Desde esta perspectiva, la evaluación se centra en el proceso: surgiendo de manera sistemática preguntas como ¿está aprendiendo el alumno?, ¿qué dificultades está teniendo?, ¿cómo difiere su comprensión a la de su compañero?, ¿qué pregunta le planteo para que centre su pensamiento?

Los profesores en Japón integran la evaluación y el aprendizaje en un proceso dialéctico que responde al diseño de la clase y de la unidad centrada en la resolución de problemas. En esta dialéctica los profesores integran las dimensiones de los objetivos de aprendizaje de los alumnos con los criterios de evaluación de la clase.

La evaluación de la marcha de la clase se sustenta en la reflexión sobre la base de los criterios atingentes a las dimensiones de los aprendizajes esperados de los alumnos. Desde esta perspectiva, la calidad de la clase está supeditada a la calidad de la interacción en el aula: a la presencia de pensamientos de orden superior, a lo atractivo que la clase resulte para los alumnos, a los pequeños pasos que dan evidencias de aprendizaje, a las posibilidades que se dan a los alumnos para comunicarse expresando su opinión, explicando sus estrategias, reaccionando a los desafíos y haciéndose cargo del problema planteado para la sesión.

1. EVALUANDO LA MARCHA DE LA CLASE

La evaluación de los aprendizajes de los alumnos ha de tener en cuenta los distintos tipos de aprendizaje proyectados para la clase. Usualmente en Chile los profesores tienden a controlar la operatoria con preguntas como "¿cuánto es 8x4?" o "calcule 859-590". Es importante que el profesor conozca si sus alumnos desarrollan la capacidad para identificar la operación asociada a una situación, como por ejemplo: "Una araña tiene 8 patas, 4 arañas cuántas patas tienen: **A)** 4, **B)** 11, **C)** 12, **D)** 32". Los problemas debieran también atender a distintos tipos de representaciones, como por ejemplo: "¿Cuánto más lejos se encuentra la casa de José de la biblioteca que de su escuela?

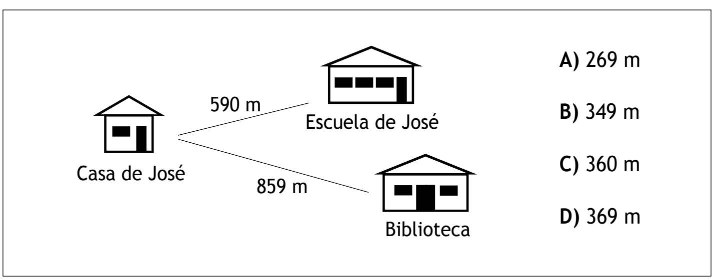


Figura 9.1: Pregunta de una prueba de alcance nacional en Japón

Para evaluar el progreso de los alumnos en las distintas dimensiones en que se formulan los objetivos de una unidad, es recomendable que el profesor se ciña a las mismas dimensiones. El siguiente Plan de Unidad muestra en detalle cuan ajustado y consecuente es el plan de evaluación al plan de unidad.

La evaluación en el Plan de Unidad "Sumas y restas verticales" 2º Grado

1. Título de la Unidad: Sumas/Restas verticales

(Duración: 9 horas. Usualmente las primeras tres semanas de septiembre).

2. Objetivos de la unidad

(a) Aprender cómo resolver problemas de sumas/restas con 3 dígitos

(b) Entender que el cálculo de la suma y resta de un número de dos dígitos se basa en las mismas reglas para sumar y restar un número de 1 dígito.

(c) Entender cómo resolver problemas de sumas/restas verticales cuya suma/minuendo sean 3-dígitos y sepan explicar cómo resolver el problema.

3. Criterios de evaluación y planes de enseñanza

Tabla 9.1: Criterios de evaluación en el plan de clases

Interés Motivación Actitud (**IMA**)	Pensamiento Lógico (**PL**)	Representación Procesando (**RP**)	Conocimiento Entendimiento (**CE**)
Los estudiantes tratan de resolver problemas de sumas/restas cuya suma/minuendo sea de 3 dígitos usando las habilidades que ya han adquirido.	Los estudiantes entienden cómo resolver problemas de sumas/restas cuya suma/minuendo sea un número de tres dígitos basado en el sistema de numeración decimal.	Los estudiantes tienen la capacidad de resolver sumas de números de dos dígitos. Los estudiantes son capaces de resolver restas verticales cuyo minuendo sea cualquier número del 110 al 199 y que el sustraendo sea un número de 2 dígitos.	Los estudiantes entienden los principios básicos para hacer y resolver la suma de dos números de 2 dígitos. Los estudiantes entienden los principios básicos para hacer y resolver restas donde el minuendo sea cualquier número del 110 al 199 y el sustraendo sea un número de 2 dígitos.

4. Plan de enseñanza y aprendizaje

Tabla 9.2: Plan de Clases

Unidad (horas)	Meta	Actividades de aprendizaje	Ejemplos de criterios de evaluación
	1. Sumas con dígitos de 3 números	Los estudiantes trabajan en realizar sumas con números de 2 dígitos, tales como 72+63 y aprenden a cómo sumar verticalmente.	[**IMA**] Los estudiantes usan las habilidades que ya han adquirido para tratar y determinar como sumar números de 3 dígitos [**PL/RP/CE**] Los estudiantes son capaces de determinar cómo sumar dos números de 2 dígitos que igualan una suma de 3 dígitos. Son capaces de calcular correctamente y entender el método.
Sumas con dígitos de 3 números (3 horas)	2. Sumas trayendo el sobrante de la columna de la unidades a la columna de las centenas	Los estudiantes trabajan en problemas con sumas tales como 83+49 en la cuales necesitarán llevar números a la izquierda dos veces.	[**PL/RP/CE**] Los estudiantes son capaces de determinar cómo sumar dos números de 2 dígitos llevando números a la izquierda dos veces (en el lugar de las decenas y centenas). Son capaces de calcular correctamente y entender el método.
	3. Sumas que tienen un 0 en el lugar de las decenas dentro de la suma / sumando números de 2 dígitos y números de 1 dígito para una suma de 3 dígitos.	Los estudiantes trabajan en problemas con sumas que tienen un 0 en el lugar de las decenas, tal como 68+37. Ellos aprenden también cómo sumar un número de 2 dígitos y un número de 1 dígito como 95+6.	[**PL/CE**] Los estudiantes son capaces de determinar cómo sumar un número de 2 dígitos llevando números del lugar de las unidades hasta el lugar de las centenas. Son capaces de determinar cómo un número de 2 dígitos y uno de 1 dígito forman una suma de 3 dígitos. Son capaces de calcular correctamente y entender el método.
	Práctica	Práctica de la Unidad.	
	4. Resta de un número de 3 dígitos	Los estudiantes trabajan restando números de 2 dígitos de números de 3 dígitos, tomando prestado números del lugar de las centenas, tales como: 124-32. Aprenden también a restar verticalmente.	[**IMA**] Los estudiantes están usando las habilidades que ya han adquirido para determinar cómo restar números con 3 dígitos. [**PL/RP/CE**] Los estudiantes son capaces de determinar cómo restar un número de 2 dígitos de un número de 3 dígitos, tomando prestado números del lugar de las centenas. Son capaces de calcular correctamente y entender el método.

Resta de un número de 3 dígitos (4 horas)	5. Resta tomando prestado del lugar de las decenas y centenas.	Los estudiantes realizan restas tomando prestado números del lugar de las decenas y centenas. Ej. 163-79.	[**PL/RP/CE**] Los estudiantes son capaces de determinar cómo restar un número de 2 dígitos de un número de 3 dígitos, tomando prestado números del lugar de las centenas. Son capaces de calcular correctamente y entender el método.
	6. Restas que consisten en mover números del lugar de las centenas al lugar de las unidades.	Los estudiantes realizan restas que consisten en mover números del lugar de las centenas al lugar de las unidades. Ej. 104-37.	[**PL/RP/CE**] Los estudiantes son capaces de determinar cómo realizar restas que consisten en mover números del lugar de las centenas al lugar de las unidades. Son capaces de calcular correctamente y entender el método.
	7. Restas con una diferencia de números de 1 dígito / Restando números de 1 dígito	Los estudiantes trabajan en problemas con restas cuya diferencia son dígitos de 1 número tales como: 106-98. Ellos aprenden también a restar números de 1 dígito de números con 3 dígitos, tales como 103-5.	[**PL/RP/CE**] Los estudiantes son capaces de desarrollar problemas de restas de números con 3 dígitos – 2 dígitos = 1 dígito, 3 dígitos – 1 dígito = 2 dígitos. Son capaces de calcular correctamente y entender el método.
	Práctica	Práctica de la unidad: Llenar el espacio en blanco de los problemas del texto del alumno con restas verticales.	
¡Revisémoslo!	8. Revisión de la unidad	Los estudiantes practican cómo restar números de 3 dígitos y dominar la habilidad.	[**PL/RP/CE**] Los estudiantes son capaces de resolver restas verticales de números de 3 dígitos. Son capaces de calcular problemas de restas verticales correctamente y entender el método.
¡Vamos a intentarlo!	9. Resolución de problemas a través del razonamiento matemático.	Los estudiantes resuelven un problema (200-127) combinando los métodos que ya han aprendido.	[**IMA**] Los estudiantes intentan aplicar lo aprendido en las situaciones de cada día, en donde las sumas y restas pueden ser usadas. [**PL**] Los estudiantes son capaces de resolver problemas como (200-127) combinando los diferentes métodos aprendidos.

Las dimensiones "Pensamiento y Entendimiento" en la evaluación del estudio de la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero

El ejemplo anterior muestra la presencia de los criterios de evaluación en el marco de las mismas dimensiones utilizadas en la formulación de los objetivos de la unidad. En el siguiente ejemplo, presentado por Shimizu en un curso de capacitación para académicos chilenos en enero del 2008, se ha querido destacar dos dimensiones en el proceso de evaluación, a saber, el pensamiento y el entendimiento; esto es, una visión de proceso y otra de producto o logros de aprendizaje (Shimizu, 2008):

Cuadro 9.1: Presentación de datos centrales del plan de clases

Objetivo:

Aprovechando la regla de la suma de ángulos interiores del triángulo, se puede encontrar la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero.

Problema y actividad:

[Problema] Pensemos cómo se puede encontrar la suma de los 4 ángulos interiores del cuadrilátero.

[Actividad] Encontrar la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero utilizando la suma de los ángulos del triángulo.

Punto de vista de evaluación:

[Pensamiento] Puede encontrar la suma de los ángulos interiores del cuadrilátero (presentación-cuaderno).

[Entendimiento] Entiende que la suma de ángulos interiores del cuadrilátero es 360º usando la regla de los ángulos del triángulo (hoja-cuaderno).

Reflexión:

Se invita al lector a analizar la integración de dimensiones en la propuesta pedagógica del Dr. Shizumi. La tarea del profesor implica atender simultáneamente los comportamientos y las formas de pensar de los estudiantes.

Pregunta:

¡A qué se refiere el profesor Shizumi con el "punto de vista de evaluación" en la tercera columna de la siguiente tabla?, explique usando un ejemplo sobre la base de la misma tabla.

Tabla 9.3: Plan de clase: Suma de ángulos interiores del polígono

5to grado. Suma de Ángulos Interiores de Polígonos (Julio 2006)			
	Objetivos	Problema (actividades)	Punto de vista de evaluación
1	Buscar la regla de 3 ángulos del triángulo y entender que la suma de ellos es 180º	[Problema] Investigar 3 ángulos del triángulo de varias maneras. (Actividad) cubrir el suelo con los triángulos congruentes	Aclarar la razón de que la suma de ángulos interiores de triángulo es 180º. (presentación, cuaderno) Entender que la suma de ángulos interiores del triángulo es 180º. (presentación, cuaderno, observación).
2	・A través de la regla de los ángulos interiores del triángulo, puede encontrar la suma del ángulo interior del cuadrilátero	[Problema] Aprovechando la suma del ángulo interior de triángulo es 180º, resolvamos problemas de ángulos [Actividad] Utilizando la regla de los ángulos interiores del triángulo, encontrar el ángulo desconocido.	Utilizando que la suma de los ángulos interiores del triángulo es 180º, puede pensar en los ángulos. (Presentación, hoja)
3	・A través de la suma del ángulo interior de triángulo, puede encontrar la suma del ángulo interior del cuadrilátero	[Problema] Pensemos cómo se puede encontrar la suma de los ángulos del cuadrilátero. [Actividad] Utilizando la regla de la suma de los ángulos interiores de triángulo, encuentra la suma de los ángulos interiores de cuadrilátero.	Puede pensar cómo se puede encontrar la suma de los ángulos interiores. (presentación, cuaderno) Utilizando la regla de la suma de ángulos interiores del triángulo, entiende que la suma de los ángulos interiores de cuadrilátero es 360º (hoja, cuaderno)
4	Aprovechando la regla de la suma de los ángulos interiores de triángulo, puede encontrar la suma de ángulos interiores de polígonos como el pentágono.	[Problema] (base・curso básico) Basándose en la suma de los ángulos del triángulo, pensemos cómo se puede encontrar la suma de los ángulos del hexágono. (curso desarrollado) Pensemos cómo se puede encontrar el área con alguna invención o descubrimiento. [actividad] A través de dividir un polígono en triángulos, encuentra la suma de ángulos interiores.	Aprovechando la regla de la suma de los ángulos interiores, se puede pensar sobre la suma de los ángulos interiores de los polígonos. (presentación, cuaderno)

2. EVALUACIÓN DEL PROCESO DE ENSEÑANZA

- Pautas para el profesor
- Pautas para el alumno.

Más allá de las evaluaciones o pruebas a las que son sometidos los alumnos y de las reflexiones de los profesores en torno a su práctica cotidiana, las clases y los profesores son evaluados por ellos mismos, sus pares y los docentes superiores en cuanto al cumplimiento de los propósitos declarados en los planes de clases en el marco de las discusiones que se generan en el contexto de las clases públicas.

En paralelo a las discusiones y evaluaciones de carácter oral, los docentes y principalmente los docentes superiores, han elaborado pautas de observación de clases y en especial algunas escalas sobre la base de rúbricas para facilitar la autoevaluación y la co-evaluación entre pares. Este tipo de escalas son aplicadas tanto en el Estudio de Clases como en las visitas periódicas a las aulas que realizan los directivos en las escuelas. Algunas de estas pautas son construidas con el objeto de recoger evidencias en torno a los distintos puntos o fases de una clase. Incluso podría decirse, desde su preparación hasta cada una de las fases que estructuran la clase: presentación del problema, fase de reflexión, de discusión y de cierre. En esta sección son presentadas cuatro pautas de evaluación. Se trata de escalas que fueron adaptadas por los autores de este libro (Olfos e Isoda, 2009) a partir de unas pautas elaboradas por profesores de la Escuela Primaria de Oozone en Japón.

Pauta de Cotejo para Profesores

El objetivo de la primera pauta es dar al profesor la oportunidad de reflexionar en torno a su práctica; identificando la distancia entre el modelo de clase de resolución de problemas y la clase que implementa. El encabezado de la pauta advierte: "¡La forma de hacer clases está cambiando! Mejoremos en el aula", con lo cual se advierte a los profesores que eventualmente están quedando obsoletos en sus prácticas y le es recomendable ser críticos frente a su actuar.

Pauta de cotejo para profesores: reconsiderando nuestra práctica

¡La forma de hacer clases está cambiando!

Mejoremos en el aula

Nombre ( ) Nivel y curso ( )

Pauta para Escuela elemental de Oozone, mejorada por Isoda y Olfos (2009).

4: Experto 3: Experto moderado 2: No experto 1: Inexperto ?: No aplica:

Tabla 9.4: Pauta de cotejo para profesores

Fase 1. Presentación del problema y predicciones (perspectivas para la solución).	Enseñanza actual				NA
(1) Planteando el "problema" para producir "problemática".	4	3	2	1	?
(2) El planteamiento del problema se relaciona con el contexto cotidiano o matemático que tiene necesidad y realismo para el niño.	4	3	2	1	?
(3) Producir la problemática en los alumnos para que clarifiquen cuál es realmente el objeto de la clase del día.	4	3	2	1	?
(4) Predecir los métodos de resolución y el resultado de la solución.	4	3	2	1	?

Fase 2. Solucionan Problemas por sí mismos	Enseñanza actual				NA
(1) Ayudar a los niños a poder aplicar lo que han aprendido (desarrollando la conciencia de lo que ya saben por sí mismos)	4	3	2	1	?
(2) Anticipar las respuestas de los niños o posiblemente lo que pueden pensar	4	3	2	1	?
(3) Anticipar los tropiezos de los niños, preparar las ideas para ayudarlos a su superación por sí mismos (por ejemplo advertencias y sugerencias en pocas palabras mientras camina entre los puestos de los alumnos)	4	3	2	1	?
(4) Hacer que los niños solucionen los problemas comprendiendo la importancia de la "representación (escritura)" en la resolución.	4	3	2	1	?
(5) Pedir a los niños escribir su solución con la representación apropiada que les permita explicar.	4	3	2	1	?

Fase 3. Presentación, comparación y discusión	Enseñanza actual				NA
(1) Anticipando distintas ideas de solución de los niños y considerando el orden apropiado de sus presentaciones en clases.	4	3	2	1	?
(2) Preferir la elaboración de los niños por sobre la explicación conducida por el profesor	4	3	2	1	?
(3) Escuchar y seleccionar a los niños que murmuran, para conducir la discusión (desde el punto de vista de la problemática o el objetivo).	4	3	2	1	?
(4) Capacidad de los niños de consideración y que se convierten en explicaciones comprensibles.	4	3	2	1	?
(5) Considerar y desarrollar la capacidad de los niños para escucharse y entenderse unos a otros durante la discusión	4	3	2	1	?
(6) Consciente de los pasos de la comparación y de la discusión (validez, importancia y selección).	4	3	2	1	?
(7) Usar la “problemática” para que generalicen y se alcance el objetivo de la sesión.	4	3	2	1	?
(8) Elaborando y manejando la discusión de los argumentos de los niños (en base de su presentación).	4	3	2	1	?

Fase 4: Integración (reflexión)	Enseñanza actual				NA
(1) Estar consciente de la Lección, tanto de los procesos como de los resultados (la respuesta para el problema).	4	3	2	1	?
(2) Prestar atención a aprender cómo aprender (e.g. aprendiendo cómo desarrollar matemáticas).	4	3	2	1	?
(3) Hacer que los niños expresen su satisfacción de lo que han experimentado	4	3	2	1	?
(4) Concluir acerca de los logros dependiendo del objetivo del día	4	3	2	1	?

¿Qué actividades para profesores enfrenta usted actualmente para mejorar sus clases? (Según sus desafíos, escriba por favor los números: e.g. Fase3- (1), Fase 4- (2)).

Pauta de autoevaluación para niños

El objetivo de esta segunda pauta es favorecer la meta-cognición y la habilidad de autoevaluación en los niños. La pauta fue diseñada especialmente para los niños más grandes de primaria, es decir, para 4º hasta 6º grado.

Pauta de autoevaluación
Destrezas para hablar, escribir, escuchar y hacer preguntas:

Nombre:

Chequea tu nivel actual y haz lo mejor para alcanzar un alto nivel con las estrellas.

Tabla 9.5: Pauta de autoevaluación

Capacidad para tomar notas	Capacidad para escuchar y hacer preguntas	Capacidad para hablar
☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆

Cuando lo haya chequeado, por favor coloree en amarillo las estrellas.

Capacidad para tomar notas acerca de lo que piensa

Nivel	○	Si puede hacerlo, escriba un círculo ○
☆		Siguiendo la pauta sobre “cómo utilizar las notas”.
		Capacidad de copiar cuidadosamente lo que se escribe en la pizarra.
☆☆		Capacidad para anotar tus pensamientos en palabras, dibujos y diagramas.
☆☆☆		Capacidad de resumir usando el orden lógico de las expresiones “en primer lugar”, “después” etc.
		Ajustar los propios pensamientos equivocados al escuchar las presentaciones de compañeros.
☆☆☆☆		Capacidad de resumir tus pensamientos en forma de punteo, en una manera fácil de entender.
		Capacidad de agregar las buenas ideas a sus notas aportadas por los compañeros en las presentaciones.
☆☆☆☆☆		Capacidad de escribir claramente con suposiciones y perspectivas, anotando razones y fundamentos.
		Capacidad de hacer correcciones y agregados comparando tus pensamientos con los de tus compañeros.

Capacidad para escuchar y hacer preguntas		
Nivel	○	Si puede hacerlo, escriba un círculo ○
☆		Mirar a la persona que habla y escuchar qué es lo que está diciendo
☆☆		Expresar tus propios puntos de acuerdo y desacuerdo gesticulando con las manos.
		Mirar a la persona que habla y escuchar lo que está diciendo hasta que haya finalizado.
☆☆☆		Mientras escuchas a otros hablar, compara los puntos en común y los que son diferentes a tus pensamientos.
		Afirmas con la cabeza cuando concuerdas y haces ver que entiendes.
☆☆☆☆		Tomas nota de los puntos que no entiendes y haces preguntas.
☆☆☆☆☆		Escuchas los puntos expuestos por otros en sus presentaciones y tomas notas de todo lo que tú consideras necesario en sus presentaciones.
		Formulas preguntas para ayudar a la persona que está presentando de modo que comunique efectivamente sus pensamientos a la clase.

Capacidad para hacer presentaciones		
Nivel	○	Si puede hacerlo, escriba un círculo ○
☆		Capacidad para hablar con claridad hasta finalizar y usar refinadamente el idioma español (entendió o entendiste, pero no entendís o estay entendiendo)
		Hablar en voz suficientemente alta para que todos escuchen.
☆☆		Capacidad para hablar usando expresiones secuenciales tales como “primeramente” o “luego”.
☆☆☆		Capacidad para hablar y dar información de respaldo, mostrando diagramas, punteos y objetos reales.
		Cuando hablas muestra la capacidad para presentar con claridad la conexión entre “lo que has entendido” y “las razones”.
☆☆☆☆		Capacidad para hablar de manera que quienes escuchan puedan entender.
☆☆☆☆☆		Capacidad para hablar de manera que refleje la reacción de quienes escuchan.
		Mientras expresas hechos básicos, hablas de una manera que sea fácil de entender.

Pauta de autoevaluación simplificada para niños

Esta tercera pauta tiene el mismo objetivo que la anterior, aunque diseñada para los niños más pequeños de primaria, esto es, para los niveles de 1° a 3°.

Pauta de autoevaluación para niños de 1º a 3º grado:

Tabla 9.6: Pauta destrezas de comunicación

Destrezas para escribir, escuchar, hacer preguntas y hablar		
Nombre: (____________________________)		
¿Cuántas estrellas puedes alcanzar? Haz lo mejor y alcanza muchas estrellas		
Apunte	Escuchar y preguntar	Capacidad para hablar
☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆	☆☆☆☆☆
Cuando lo haya chequeado, por favor coloree en amarillo las estrellas		

Capacidad para tomar notas		
Nivel	○	Si puede hacerlo, dibuje un círculo ○
☆		Seguir las instrucciones sobre “Cómo usar las notas”
		Capacidad para copiar cuidadosamente lo que está escrito en la pizarra
☆☆		Capacidad para escribir tus pensamientos en palabras, dibujos y diagramas
☆☆☆		Capacidad para usar las palabras “En primer lugar”, “luego”, etc.
		Ajustar tus propios errores a partir de la presentación de amigos.

Capacidad para escuchar y hacer preguntas		
Nivel	○	Si puede hacerlo, dibuje un círculo ○
☆		Mirando la persona que está hablando y escuchando lo que está diciendo
☆☆		Expresando tu concordancia o desacuerdo usando gestos con las manos
		Mirando a la persona que habla y escuchando lo que están diciendo hasta que han terminado
☆☆☆		Mientras escuchas a otras personas hablar, comparas los puntos que son similares y los que son diferentes a tus propios pensamientos
		Afirmas con la cabeza activamente cuando concuerdes y entiendas

Capacidad para exponer en público		
Nivel	○	Si puede hacerlo, escriba un círculo
☆		Capacidad para hablar claramente hasta finalizar y usar en forma correcta el idioma
		Hablando en voz suficientemente alta para que todos te puedan escuchar
☆☆		Capacidad para explicar usando las palabras “primeramente”, y “luego”.

☆☆☆		Capacidad para respaldar lo que se dice, mostrando diagramas y objetos reales

Pauta para la autoevaluación del profesor y del departamento

Autoevaluación del profesor y del departamento de matemática

Esta cuarta pauta es particularmente útil para orientar la autoevaluación de la acción del profesor y del departamento de matemática. En este sentido, sirve tanto para orientar a los directivos del departamento de matemática como a los mismos profesores en el planeamiento y gestión de las clases. La pauta de cotejo hace referencia a los aspectos centrales necesarios para avanzar en una mejor planificación y gestión. Ella fue construida bajo el supuesto de que en el plan de la clase y el mismo tema de la lección se establece sobre la base de:

1) la perspectiva del contenido en el currículo,

2) el estatus anterior de los niños de la clase; y

3) el por qué y qué enseñamos.

1. Lista de cotejo para orientar el planeamiento y la gestión de la clase

a) Acerca del contenido: actividad matemática

- ¿El plan de clases explica el contenido sobre la base de los estándares de los programas nacionales?
- ¿El plan de clases explica la secuencia de enseñanza desde la perspectiva del contenido?
- ¿Su plan de clases explica claramente las conexiones entre las características de la unidad y la capacidad que se espera desarrollar en los niños? (tal como “aprender a cómo hacerlo” lo que será útil en el futuro)
- ¿Se reconocen apropiadamente las dificultades en la unidad? (tales como los traspiés y las dificultades de los niños para comprender)

b) Acerca de la mirada realista a la situación de los niños

- ¿Su plan de clases capta las razones de los tropiezos de los niños en aquello que ya han aprendido? ¿Puede percibir quiénes podrían tender a tener dificultades?

- ¿Su plan de clases captura por qué los temas no aprendidos fueron resueltos exitosamente, y cómo pensaron los niños y llegaron a las soluciones?

* Desde la perspectiva de los observadores, yo estaría agradecido si pudiera ver las preguntas de la encuesta de la capacidad académica.
* En vez de "…se observó que los niños…" es mejor un discurso más preciso, como "Hubo 5 niños que...".

c) Utilidades para acercarse al obstáculo principal del tema de estudio de la lección (tema general /objetivo específico)

- ¿Usted piensa que han sido abarcadas las cuestiones que requieren considerarse en profundidad a lo largo de la unidad?
- ¿Usted piensa que ha hecho referencia a lo que debe ser considerado desde la perspectiva de los niños?
- ¿Usted piensa que se ha hecho referencia a los esfuerzos constructivos para abordar el tema del Estudio de Clases (estableciendo el contenido básico/fundamental y los dispositivos para mejorar la capacidad de pensar y la capacidad para representar las ideas)?

d) En cuanto a la clase de hoy

- Chequea si las perspectivas del plan de evaluación, los objetivos y la evaluación son idénticas.
- Chequea si su plan de clase hace referencia a la evolución del alumno, a la instrucción y al apoyo que requiere, estando totalmente consciente del fundamento básico, la expresión el modo de pensar en estos temas.
- Chequea si los diversos pensamientos anticipados son apropiados desde el punto de vista de la secuencia para su aprendizaje.
- Chequea si las respuestas del profesor a cada uno de los distintos pensamientos anticipados de los alumnos están bien descritos.
- Chequea si se anticipan los tropiezos de los niños en el plan de clases y si están escritos en el plan las correspondientes acciones del profesor.
- Chequea si las herramientas usadas para el logro de los objetivos son apropiadas desde el punto de vista de la secuencia curricular. ¿Fueron preparados suficientemente los aprendizajes previos, considerando lo que ya aprendieron y lo que van a conocer más adelante?

- Chequea si el desarrollo de su lección puede guiar a los niños fluidamente desde la presentación a la resolución de los problemas por sí mismos, y si disponen de suficiente tiempo para permitir que comparen y discutan.
- Chequea si un método de elaboración de la discusión, las perspectivas para la comparación y la explicación esperada y los comentarios de los niños en esa ocasión, han sido descritos apropiadamente.
- ¿Está la perspectiva de la evaluación ligada a los objetivos de la clase?

* Por favor escriba en detalle el foco de la evaluación en la lección de hoy, de modo que los esfuerzos de los niños para alcanzar el objetivo de la clase se puedan describir concretamente.
* ¿Evalúa el plan simultáneamente cuando la actividad principal del objetivo de la clase se inicia?
* Desde la perspectiva curricular, y los estándares de evaluación, ¿incluye el plan el apoyo a aquellos niños que logran el estándar y a aquellos que no lo alcanzaron?

2. Otros puntos necesarios

a) Para la implementación de la lección, por favor prepare lo siguiente:

- Chequea si fueron preparados el plan para escribir en la pizarra y los planes de preguntas.

  Pizarra…………… En particular, estar consciente de qué y cuándo en el pensamiento de los niños y cuando escribe sus comentarios u observaciones.

  Preguntas del profesor…………… Desarrolla preguntas de manera que los niños puedan generar la problemática y discutan en una secuencia apropiada.

- Considera cómo crear un ambiente que facilite el aprendizaje de los niños en matemáticas.
- Considera cómo registrar el aprendizaje en matemáticas de los niños por ellos mismos, y en cómo pueden utilizarlo por sí mismos.

3. EVALUACIÓN DE LOS APRENDIZAJES

Si bien la promoción es automática en la enseñanza primaria de Japón, los alumnos son evaluados por pruebas de sus profesores, exámenes anuales del distrito y pruebas a gran escala nacionales. El número y tipo de preguntas de las pruebas estandarizadas de alcance nacional dependen de los grados o niveles. Por ejemplo para el nivel de 5º grado la prueba contempló 29 preguntas.

Los temas abarcados en la prueba (Forma A, 5º básico, 2001) fueron:

- Cuatro preguntas de operatoria aritmética con decimales y fracciones
- Dos preguntas de reconocimiento de conceptos aritméticos
- Dos preguntas referidas al significado de los números decimales
- Un problema referido a magnitudes proporcionales
- Dos problemas referidos a la elaboración de preguntas sobre la multiplicación con números decimales.
- Una pregunta referida a estrategias para multiplicar números decimales
- Dos problemas referidos al cálculo del área de un triángulo.
- Una pregunta sobre el interés por la matemática (no considerada en el puntaje final)
- Un problema referido a las longitudes de los lados y el tamaño de los ángulos de un cuadrilátero.
- Dos preguntas sobre las relaciones entre circunferencias y el diámetro.
- Dos problemas de aplicación sobre ángulos y clasificación de los cuadriláteros,
- Dos problemas referido a porcentajes
- Tres problemas referidos a porcentajes y gráfico circular
- Cuatro problemas de modelación de regularidades numéricas a partir de representaciones gráficas.

Ejemplo de preguntas de prueba para 5º grado de Primaria

Ejemplo de pregunta referida a operatoria aritmética con fracciones

Calcula 2 1/6 – 2/3

Ejemplo de pregunta de reconocimiento de conceptos aritméticos:

Selecciona los divisores de 10 del listado 0, 1, 35, 78, 100.

Ejemplo de pregunta referida al significado de los números decimales:

Tenemos una de cada una de estas cartas $\boxed{0}$ $\boxed{1}$ $\boxed{2}$ $\boxed{3}$ $\boxed{4}$

Selecciona dos de las cartas y forma el número decimal más pequeño y el número decimal más grande. Escríbelos en los cuadros.

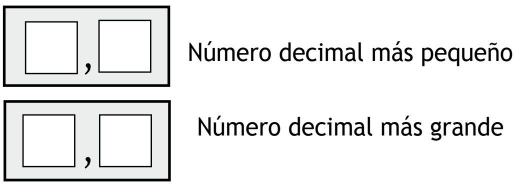


Figura 9.2: Espacios en blanco para colocar las tarjetas con los dígitos.

Ejemplo de problema referido a magnitudes proporcionales

Tenemos un tubo de hierro como el de la figura. El tubo mide 3,5 m de largo y pesa 4,2 kg. ¿Cuántos kg pesa 1 m del tubo? Escribe la operación para obtener el resultado dentro del cuadro.

Figura 9.3: Determinando el peso de un tubo de hierro

Ejemplo de problema referido a la elaboración de preguntas sobre la multiplicación con decimales.

Tadashi se basó en la operación 400 × 0,8 para escribir el siguiente problema. 1 m de cinta cuesta 400 yenes. Si compramos 0,8 m de cinta, ¿cuántos yenes tendremos que pagar? Escribe dentro de los cuadros **dos** problemas cuya respuesta se obtenga por medio de la operación 400 × 0,8

Ejemplo de problema referido al cálculo del área de un triángulo:

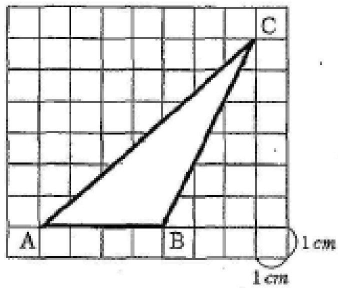


Figura 9.4: Medida de la superficie de un triángulo

¿Cuántos cm^2 mide la superficie del triángulo ABC que se muestra en la figura de abajo? Escribe la operación para calcular su superficie, y el resultado, dentro de los cuadros. Cada división del cuadro mide 1 cm.

Ejemplo de pregunta sobre el interés por la matemática:

Después de haber aprendido sobre las superficies de triángulos y paralelogramos, ¿qué te gustaría investigar aplicando estos conocimientos?

Selecciona una de las respuestas del 1) al 4) y escribe el número en el cuadro.

1) Determinar la superficie de objetos a tu alrededor que tengan forma de triángulos o paralelogramos.
2) Determinar el tamaño de los ángulos de triángulos y cuadriláteros.
3) Determinar la forma de calcular la superficie del trapecio.
4) Determinar la forma de calcular la superficie del pentágono.

Ejemplo de problema referido a porcentajes y gráfico circular

"Cuentos" cubre un 38% y "Estudios Sociales" un 25%, pero la línea divisoria no está marcada en el gráfico. Traza la línea faltante en el lugar correspondiente.

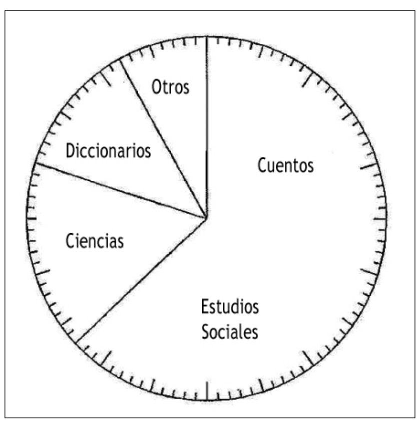


Figura 9.5: Tamaño de un sector circular

Referencias

Isoda, M. y Olfos, R. (2009) Adaptación de Escalas de evaluación de la Escuela de Oozone, Japón. No publicadas. Universidad de Tsukuba.

Shimizu, Sh. (2008) Presentación “La Capacitación de JICA para los profesores chilenos”. Programa doctoral de la Escuela de Educación. Escuela de Graduados Escuela Comprehensiva de Ciencias Humanas. Universidad de Tsukuba, Enero 2008.

Isoda, M. (2008) La evaluación de los aprendizajes escolares en matemática en el Sistema Educativo japonés. Conferencia Capacitación de JICA para profesores chilenos. Enero 2008. Universidad de Tsukuba.

CAPÍTULO 10

Preparación de la Clase

Entenderemos por preparación de la clase al conjunto de actividades que realiza el profesor unos días u horas antes de la ejecución de la clase, incluye actividades de reflexión y operativas como fotocopiar y preparar el material manipulativo.

Este capítulo se inicia con el recuento de la preparación de la clase en la experiencia relatada de la Escuela de Tsuta. La segunda sección se refiere a la preparación reflexiva del profesor de la gestión de los momentos de la clase, respetar el tiempo de la clase, centrar el objetivo, imaginar el problema de la clase, adecuar el trabajo manipulativo al objetivo de la clase, reflexionar sobre los tiempos para el trabajo personal, la exposición de pares, el trabajo grupal, presentación plenaria y el cierre de la clase, incluyendo la ejercitación si procede.

Otra sección se destina al uso de la pizarra, cuestion crítica en el Estudio de Clases y en la realización de la clase en las escuelas japonesas. Interesa el esquema de la pizarra y la posibilidad que tienen los niños de traspasarlo a sus cuadernos. Se finaliza el capítulo haciendo referencia al uso de manipulativos por los alumnos, timbres de goma por el profesor y la pizarra por ambos.

Temas:

1. Preparación de la clase en la experiencia en Tsuta
2. Preparándose para la gestión de la clase
3. Preparándose para el uso de la pizarra
4. Preparando otros materiales: manipulativos y timbres
5. Preparando el contenido para la pizarra

1. PREPARACIÓN DE LA CLASE EN LA EXPERIENCIA EN TSUTA

Para la implementación de la clase en el marco del Estudio de Clases en la Escuela de Tsuta que ya hemos citado en este libro, las dos profesoras involucradas prepararon la clase completando las partes pendientes del plan y haciendo modificaciones conforme a los acuerdos de las reuniones previas. Las profesoras no tuvieron tiempo para hacer la introducción al escrito del plan de clases conforme a las necesidades del grupo curso en el que se implementaría la clase. Acomodaron el plan de clases. Los cambios más significativos al plan fueron los siguientes: en primer lugar, agregaron un diagrama que vincula los contenidos de la unidad con otros temas del currículo obligatorio entre primero y quinto grado. Segundo, agregaron la sección "metas de esta lección" y eliminaron la sección "perspectivas de evaluación'', que fue incluída en la nueva sección de metas. Tercero, completaron la sección referida a los materiales, indicando que era necesario preparar 19 juegos de material manipulativo y las cartulinas con las explicaciones de los métodos. La profesora del paralelo, incluyó una anotación, haciendo notar que para su curso, que incluía un niño con retardo mental, incluiría un material adicional. Finalmente, una gran cantidad de mejoras y complementos fueron agregados en la matriz "progreso de la lección" estructurada en 4 columnas. Por ejemplo, se modificó el uso de los tiempos y se hizo más detallado lo que había quedado inconcluso.

Un par de días antes de la lección, las profesoras prepararon el material para la lección. Aunque se suponía que no se quedarían después de las 18 horas, esa tarde se quedaron hasta las 20 horas, preparando el material. Incluso fotocopiaron el material para quienes fueran a observar la clase. Se incluyó un plano con los nombres de los niños según como se sentaban en la sala, por si los observadores registraban algunas estrategias de interés. Todos los profesores recibieron las fotocopias un día antes para que pudieran familiarizarse con el diseño de la lección y sus puntos de interés.

Un día antes de la aplicación de la lección, nuevamente se reunieron las dos profesoras entre 18 y 19 horas, revisaron juntas la lección, releyendo las 4 columnas de la matriz y se concentraron en el uso del pizarrón. Pegaron el problema en la pizarra y discutieron el espacio que necesitarían para los alumnos y chequearon el uso del tiempo, antes de irse a casa. La clase se llevó adelante al otro día. Luego hubo una discusión y se perfeccionó el plan y los materiales. A los 3 días hubo una segunda aplicación. Nuevamente hubo discusión sobre la aplicación y se mejoró el plan. Se reflexionó acerca de cómo mejorar el Estudio de las Clases y cómo compartir esas clases con otros profesores y escuelas.

Reflexionemos:
¿Cómo se prepara una clase en el marco del Estudio de Clases en Japón? ¿En qué momento preparo mi clase? ¿Cuántas clases realizo a la semana? ¿Cada cuántas clases debo preparar una con tanta intensidad? ¿Si dedicáramos más tiempo a preparar la clase lograríamos mejores aprendizajes de los alumnos?

2. PREPARÁNDOSE PARA LA GESTIÓN DE LA CLASE

La preparación de la clase incluye una gama de tareas al profesor momentos o días antes de implementar la clase. Para preparar la clase, el profesor tiene en mente los conocimientos que los alumnos adquirieron en las clases previas, las dificultades que han encontrado y el objetivo de la clase. Para preparar la clase, además, el profesor dispone de un plan de clases con objetivos y un repertorio de posibles actividades para el alumno: desafíos, preguntas y ejercicios distribuidos en una secuencia temporal.

Parte de la preparación de la clase consiste en seleccionar los materiales a usar en la clase por el profesor y por sus alumnos. A veces, la preparación involucra construir los materiales o acopiarlos para llevarlos al aula. El material puede consistir en manipulativos, tarjetas, cartulinas, fotocopias, láminas ilustrativas, un software o presentación en Powerpoint, compás para pizarra, escuadras, elásticos, modelos de cuerpos geométricos, plumones, etc.

La preparación de la clase exige al docente tener en mente no sólo el aprendizaje esperado de los alumnos sino una expectativa de su avance ante los desafíos y actividades que va proponer. Esta dimensión de la preparación de la clase, según Tashiro (2005), demanda al docente las siguientes consideraciones:

- *Respetar el tiempo y la hora de la clase*

Es necesario anticipar la distribución temporal de la clase, para que las actividades conduzcan al aprendizaje esperado en el tiempo disponible. En Japón las clases duran 45 minutos hasta el 6º grado y luego 50 minutos. La recomendación es que el docente termine una clase a los 45 minutos, como máximo a los 50. Pues, los niños no pueden estar concentrados en la clase por mucho tiempo y se vuelve poco provechoso extenderla. En Chile se acostumbra tener períodos de 90 minutos, en este caso pareciera conveniente dedicar la segunda parte de la clase a una actividad más lúdica o de práctica, con intervalos de descanso y control del avance personal del alumno.

- *Centrar el objetivo de la clase*

Es recomendado atender a un solo tema por clase. Por ejemplo si está ampliando el concepto de fracción, no es recomendable referirse a la multiplicación de fracciones o la adición. Es aconsejable que el alumno profundice el tema y no pierda el foco principal de la clase, evitando confundirlo con otros temas.

- *Imaginar el funcionamiento del problema*

La clase en Japón se organiza a partir de un problema con el cual el profesor desafía y estimula a los alumnos. El profesor prepara con anticipación los problemas necesarios y adecuados para que los niños logren el objetivo de la clase. Para ello el docente construye o adecua buenos problemas a partir de su experiencia y los textos.

Con el propósito de conocer cuan difícil será el problema para los niños, el profesor debe identificar las exigencias cognitivas que involucra el problema. Es decir, debe reconocer las operaciones mentales, representaciones o recuerdos que demandarán al niño, y a partir de ello debe tener una previsión de las dificultades que enfrentará el alumno.

- Imaginar maneras de abordar el problema

El profesor debe programar la clase imaginando las posibles estrategias, maneras de entender y de procesar los datos por parte de los niños, que los llevarán a resolver los problemas preparados. El profesor debe obtener ideas con anticipación sobre cómo los alumnos posiblemente resolverán los problemas, y debe preparar materiales de clase para ello.

- Adecuar la actividad de manipulación del niño al objetivo de la clase

El manejo simple de los materiales por parte de los alumnos no garantiza que el alumno esté operando con el sentido o el nivel de generalidad o de comprensión esperada por el profesor. En el caso, por ejemplo, de enseñar una magnitud y la medición de cantidades, el profesor querrá que los niños experimenten y formen el sentido de la cantidad. Para ello será necesario que los niños efectúen la actividad de manipulación en la clase, como por ejemplo: medir, contar, probar utilizando varios materiales y de distintas formas.

- Dar tiempo para el trabajo individual y la exposición de pares

Cuando los niños son desafiados y luchan por buscar solución al problema planteado por el profesor, abren sus mentes y alcanzan una disposición positiva para atender las formas en que encaran el problema sus compañeros. Desafortunadamente los profesores tienden a explicar cómo ellos resuelven el problema, con las herramientas cognitivas que disponen. Es mejor dejar a los niños que expliquen a sus pares, con el lenguaje y los conceptos que disponen y les son comunes. Si los alumnos observan dos o tres formas de encarar el problema por sus pares, tendrán mayor probabilidad de entender y de relacionar lo nuevo con los conocimientos ya adquiridos y podrán adquirir para sí nuevas herramientas cognitivas: procedimientos y conceptos.

Ante este desafío, el profesor ha de anticipar la distribución del tiempo para cada fase de la clase, conduciendo por medio de las actividades al aprendizaje esperado por los alumnos.

- Preparación del cierre de la clase

La última etapa de la clase puede realizarse de distintas formas. El profesor puede proponer un problema similar al tratado en clases para que los alumnos pongan en juego los conocimientos adquiridos, incluso, a partir de las ideas de los compañeros. El profesor podría solicitar que resuelvan el problema con cualquiera de los métodos tratados y explicando a los niños que lo importante es usar un método que les sea cómodo y que reconozcan que existen otras formas de resolver el mismo problema, recordando que lo primordial es desarrollar la capacidad de explorar.

Preparar la fase de ejercitación o una clase para ello

Para la ejercitación, el profesor debe tener en cuenta el número de alumnos que hay en la sala y la secuencia apropiada de los ejercicios

Tabla 10.1: Organización de los ejercicios según tamaño del curso

	Curso de hasta 25 alumnos	**Cursos de hasta 45 alumnos.**
1.Dar ejercicios **Unos 4 o 5 ejercicios para un paso, conforme al plan de clases.**	- Limitar tiempo para resolver los ejercicios de acuerdo a la necesidad de los niños. - No es necesario que todos los niños completen todos los ejercicios dados. - Recorrer el aula para orientar a quienes tengan dificultad.	- Fijar el monitor(a) de los niños para la clase (Puede ser el mejor de la asignatura o de la clase). -Indicar a los niños que avancen en los ejercicios dados hasta que el profesor(a) venga a atender su fila. - Procurar que los niños que terminen temprano ayuden a sus compañeros.
2. Puntuar los ejercicios hechos	- Los niños dicen la respuesta por turno desde sus asientos o la escriben en la pizarra.	- El monitor(a) marca en la pizarra las respuestas correctas después de ver si todos los niños han terminado de hacer esos ejercicios dados.
3. Estimar la proporción de alumnos que resolvió bien todos los ejercicios hechos	- El profesor(a) indica que levanten su mano cuando se les pregunta si su respuesta está buena o no en cada ejercicio, y ve el número aproximado de los niños que lo han hecho bien.	- Una vez que el profesor(a) tiene tiempo para atender la fila correspondiente, verifica el número de niños que respondió bien
4. Corregir los errores para saber cuál fue la causa del error.	- Estudiar todos juntos los errores cometidos por los niños para extraer el mejor proceso de resolución. (incluir explicaciones del profesor(a) y de niños)	- El niño(a) debe hacer de nuevo los ejercicios en que tuvo errores. Después enseñárselos en colaboración mutua entre los pares.

- Preparar actividades para enfrentarlas en grupo

El trabajo en grupo contribuye a generar la relación de colaboración mutua entre los alumnos. Es importante implementar este tipo de prácticas, pues además de contribuir a mejorar la comprensión de los contenidos favorece el desarrollo de habilidades de comunicación y colaboración más allá del aula.

La formación de grupos de 2 o 3 alumnos es apropiada cuando los alumnos pueden brindarse apoyo al contar con los materiales para una actividad operativa o en la que se estén enfrentando a problemas difíciles. En estas situaciones, los alumnos pueden manejar los materiales juntos y enseñarse entre ellos, además pueden intercambiarse sus cuadernos para tomar nota de los ejercicios.

La formación de grupos de 4 hasta 6 alumnos es útil cuando se requiere más reflexión y la actividad operativa puede hacerse en grupos, por ejemplo en relación a problemas de geometría o medidas. También sirve cuando se permite que los alumnos interactúen en colaboración mutua al resolver ejercicios y brindarse apoyo frente a respuestas equivocadas.

3. PREPARÁNDOSE PARA EL USO DE LA PIZARRA

Esquema de la clase en la pizarra y en los cuadernos

Para que los niños aprendan y memoricen visualmente los temas de la clase, en Japón se recomienda a los profesores no borrar lo escrito en la pizarra hasta que termine la clase. Con la intención de que lo escrito en la pizarra se constituya en una obra magistral, el profesor(a) debe idear una forma idónea de ubicar los esquemas y las frases clave de la clase, y así salvaguardar sólo lo esencial.

Figura 10.1: División de la pizarra en bloques

Distribución del espacio en la pizarra

Toshiro (2005) identifica 6 ideas clave para organizar el contenido de la pizarra. Los profesores pueden hacer tarjetas con los títulos de estas ideas clave, de modo que los alumnos recuerden esos elementos y su relevancia conceptual, tanto al verlos en la pizarra como al ubicarlos en sus cuadernos.

Las tarjetas con los títulos "fecha", "unidad", "repaso", "objetivo", "problema de hoy" y "resumen" han de distribuirse adecuadamente en la pizarra y los títulos deben ser transcritos con la misma lógica por los alumnos a sus cuadernos. Se espera que los niños se acostumbren a escribirlos y en el futuro conserven la costumbre por sentirlo útil.

El profesor puede usar pliegos de papel lustre, tijeras, regla, marcador y cinta adhesiva para preparar las tarjetas. Corta el papel lustre en 6 tarjetas de forma rectangular (de 7cm ~ 10cm de alto, 25cm ~ 30cm de largo). Escribe "fecha", "unidad", "repaso", "objetivo", "problema de hoy", "resumen" en cada tarjeta. Pega cinta adhesiva en el respaldo de las tarjetas y las ubica adecuadamente en la pizarra.

Si la pizarra es pequeña, está mala o simplemente no está, se puede simular una pizarra sencilla. En papel craft se puede practicar y se puede dar lugar para que los niños expliquen. El profesor puede preparar una hoja de papel craft y fijarla con cinta adhesiva. Pegamos las tarjetas con la cinta adhesiva en el papel craft. Así los alumnos tendrán un organizador conceptual para escribir en sus cuadernos.

El profesor deberá pensar en cómo el alumno llevará la información a su cuaderno que tiene otras dimensiones. El(La) profesor(a) puede orientar a los niños en cómo copiar en sus cuadernos lo escrito en la pizarra de modo que les quede como un documento de consulta para repasar lo aprendido por sí solos en sus casas. Es recomendable, por ejemplo, que cada cuarto de la pizarra corresponda a un cuarto o a la mitad de una página de cuaderno.

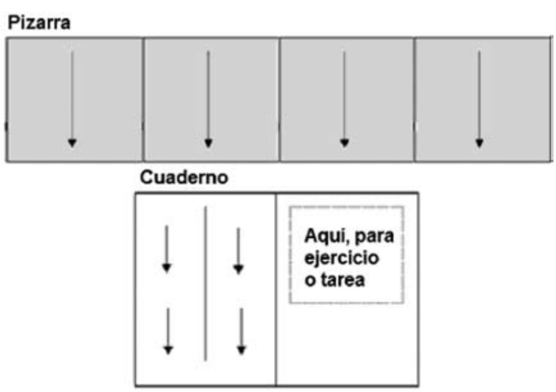


Figura 10.2: División del cuaderno en bloques

Planear uso de pizarra atendiendo a las fases de la clase

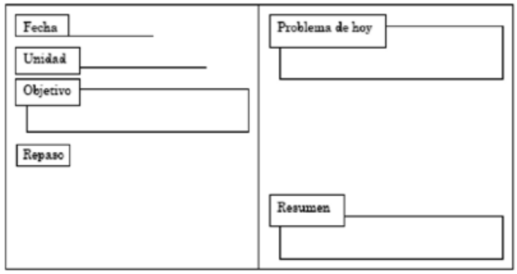


Figura 10.3: Ubicación de contenidos en la pizarra

Una forma usual de iniciar la clase de matemáticas tras el saludo protocolar consiste en preguntar a los niños la “fecha” y la “unidad”. Ello activa la mente de los niños y quedan registrados datos que al alumno facilitan el estudio en casa. Luego, Tashiro sugiere escribir el “objetivo de la clase”. Si la sesión tiene como objetivo el descubrimiento de cierta regularidad, no debiera quedar al descubierto la regularidad. Ello se consigue evitando escribir el objetivo o bien escribirlo tras el descubrimiento de la regularidad. También, el profesor puede redactar el objetivo sin comprometer el sentido de la clase. En algunas ocasiones los profesores en Japón preguntan a sus alumnos, ¿qué piensan o qué creen que aprenderán hoy? La redacción del objetivo es simple, con un mínimo de palabras

Al momento de iniciar la fase de “repaso” ya habrá pasado un par de minutos de clases. Para esta fase, el profesor debe identificar los aprendizajes ya adquiridos por los alumnos en las clases anteriores que serán de relevancia para la clase. La recomendación no es que él transcriba esas ideas en la pizarra,

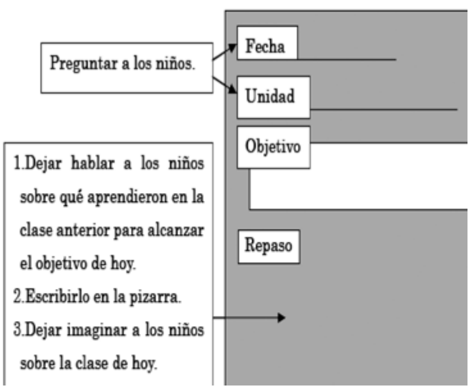


Figura 10.4: Ubicación de contenidos en el cuaderno

sino, que deje hablar a los alumnos sobre lo ya aprendido y que él transcriba las ideas de los alumnos conservando incluso las palabras empleadas por ellos, para así ayudar a que se involucren en la clase. El profesor debe generar la oportunidad de que los niños se imaginen el contenido de la clase que se va a iniciar y debe generar un ambiente agradable, de confianza y respeto, para que algunos niños verbalicen sus ideas matemáticas y las comuniquen a la clase completa.

Esta revisión de conceptos, en una dinámica de conversación, debiera conducir a los pocos minutos a que aparezca a la luz el problema de la clase. Se aprecia pertinente que el problema ya venga redactado en una cartulina, de modo que el alumno pueda constatar cuán cercana estaba su presunción sobre la clase que el profesor ya traía en mente como problema.

El problema puede ser presentado por medio de un enunciado verbal, un

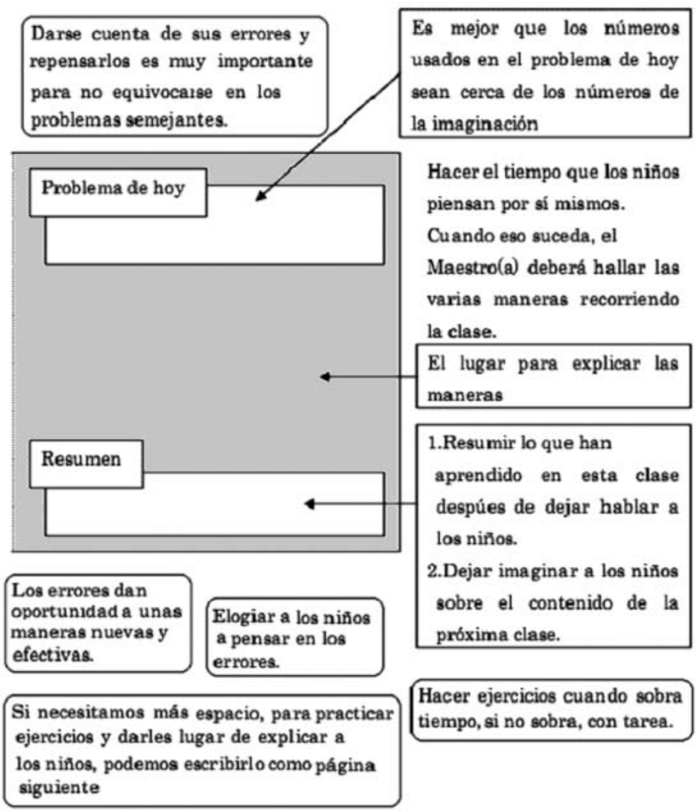


Figura 10.5: Ubicación de contenidos de la clase en los bloques de la pizarra

material concreto o una representación particular: tabla, gráfica, esquema tridimensional, etc. Lo importante es que desafíe al alumno y lo lleve a involucrarse en éste. Por ende el profesor debe llevar preparado este material, el cual puede ser de su propia elaboración, sencillo pero atractivo y significativo para los alumnos. El enunciado del problema es crucial para lograr una clase en la que el alumno participe, se sienta bien haciéndolo y aprenda.

El profesor debe preparar los materiales que le ayudarán a gestionar la clase. La naturaleza de esos materiales depende de los contenidos a tratar, pero el formato de éstos debe ajustarse a su ubicación en la pizarra o en concordancia con otro dispositivo que favorezca la gestión de la clase. La última parte de esta sección muestra ejemplos de materiales a usar durante la clase.

La clase finaliza con un resumen, dando apertura eventualmente al proceso de ejercitación, usualmente a realizar en casa.

La gestión de la clase se vincula con el tema de trabajo individual o grupal o de clase completa. Ello lleva a formas de trabajar y tipos de materiales: manipulativos, individuales, o colectivos, usualmente figuras tridimensionales o representaciones esquemáticas.

Para el cierre de la clase el profesor puede escribir en la pizarra resumidamente lo que los niños han aprendido en la sesión. Ello, después de dejarlos hablar. Es recomendable, si queda tiempo, dar la posibilidad a los alumnos de imaginar el contenido de la próxima clase. Además, el profesor puede preparar unos 4 o 5 ejercicios, dejándolos como tarea o trabajo en el aula.

Un timbre de goma para dejar registros en los cuadernos

Para estimular a los alumnos de cursos inferiores, como también para revisar con rapidez sus cuadernos sin tener que escribir en ellos, es recomendable usar timbres o sellos confeccionados por los mismos profesores.

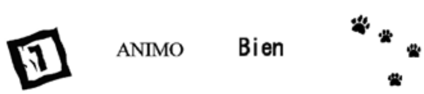


Figura 10.6: Figuras y palabras para timbres de goma

Para la preparación de un timbre sencillo se usa un cuchillo cartonero, tinta y un bolígrafo. Se prepara un diseño en borrador. Se escriben las letras y se dibuja lo que se desea hacer aparecer en el timbre. Se escribe en forma invertida porque al estampar, las letras y los dibujos aparecerán invertidos.

Los timbres de goma se usan para estampar palabras o dibujos en los cuadernos de los niños que se esfuerzan, de quienes terminan los ejercicios o de los niños que hacen bien los ejercicios. También es posible usar el estampado en vez del ticket tradicional que se hace en los cuadernos de los niños. Los niños se alegran al ver figuras y palabras de elogio en sus cuadernos. Para el profesor es entretenido y agradable hacer varios sellos con expresiones sencillas como: "¡Bien!", "¡Ánimo!"

Preparando materiales manipulativos

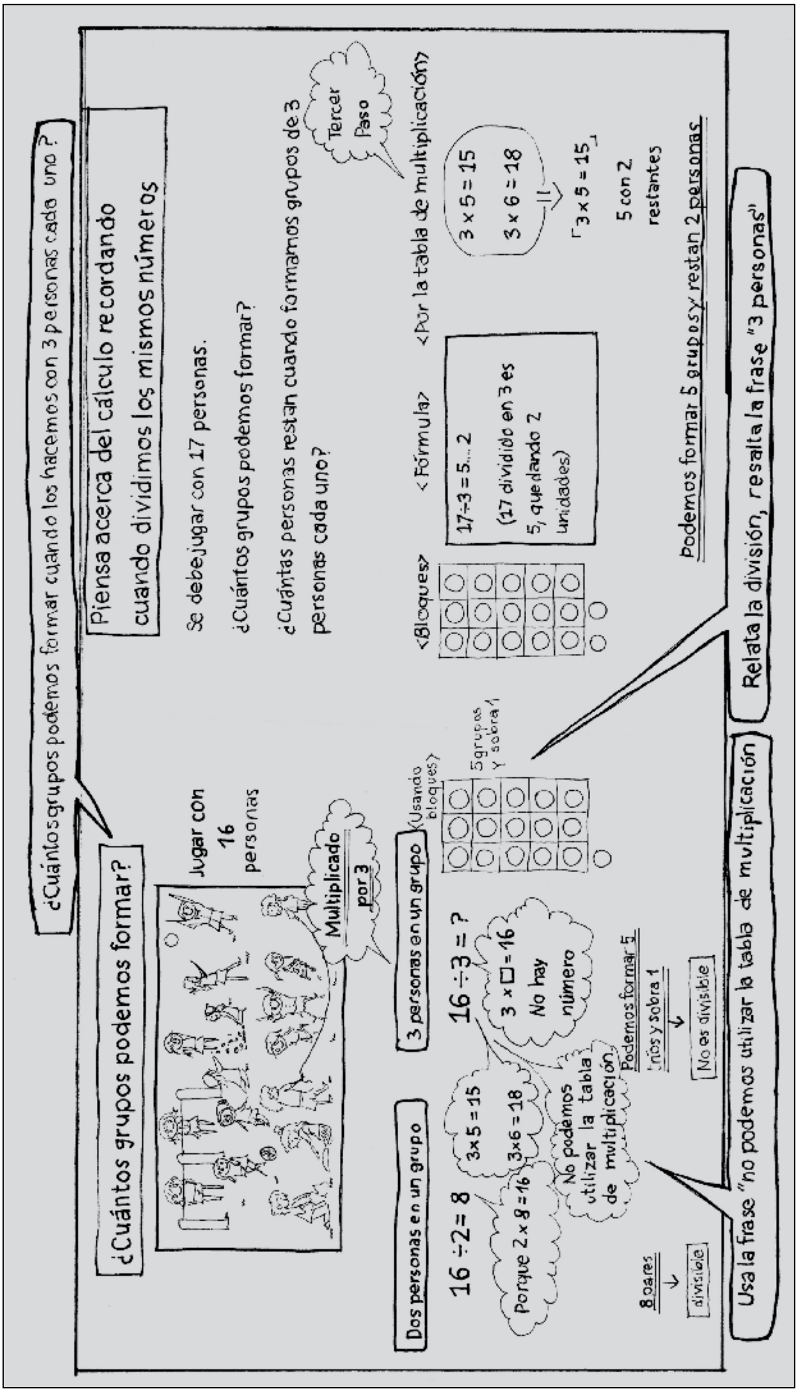
Los alumnos entienden mejor los conceptos abstractos cuando tienen la oportunidad de experimentar primero situaciones concretas. Para ello es apropiado el uso de materiales manipulativos

¿Qué manipulativos debieran proveerse a los alumnos?

En el caso del Estudio de Clases de la Escuela de Tsuta, relatado en capítulos anteriores, la cuestión sobre los manipulativos a elegir se consideró relevante cuando una profesora hizo notar que el rango de respuesta a proveer por los alumnos dependería del tipo de manipulativos que trabajarán en clases. Pensaron en fichas de colores y bloques que eran compatibles con los magnetos y el sistema de numeración, lo que les ayudaría a proponer soluciones con varias descomposiciones y presentarlas en la pizarra. Un problema era la cantidad de material disponible en la escuela. Hubo varias consideraciones que no llevaron a una decisión única. En virtud del tiempo decidieron elegir uno de los 4 tipos de materiales sobre los que habían conversado. También consideraron que una posibilidad era que los alumnos eligieran el material con el cual trabajar. Discutieron que el material debiera ayudarlos a concentrarse en la tarea, por lo que convendría que fuera fácil de manejar y llevar a la posición de inicio. Definitivamente optaron por simular bloques, usando cuadraditos de cartulina que pegarían con goma en sus hojas de trabajo y podrían llevarlas a la pizarra en el momento de la discusión.

4. PREPARANDO EL CONTENIDO PARA LA PIZARRA

A modo de ejemplo se desarrollan seis Pizarras. La riqueza de estos desarrollos salta a la vista al observar las pizarras con detención:

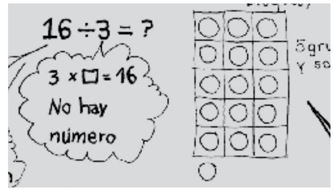


Pizarra 10.1: División con resto - 3er grado

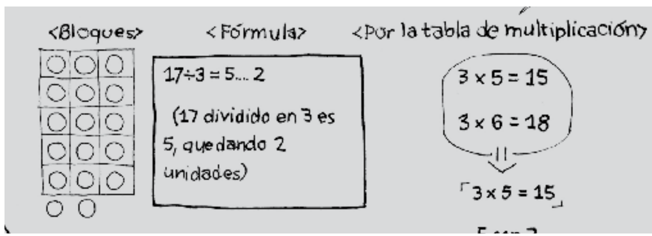
3ºaño División con resto. Actividad de inicio de clases

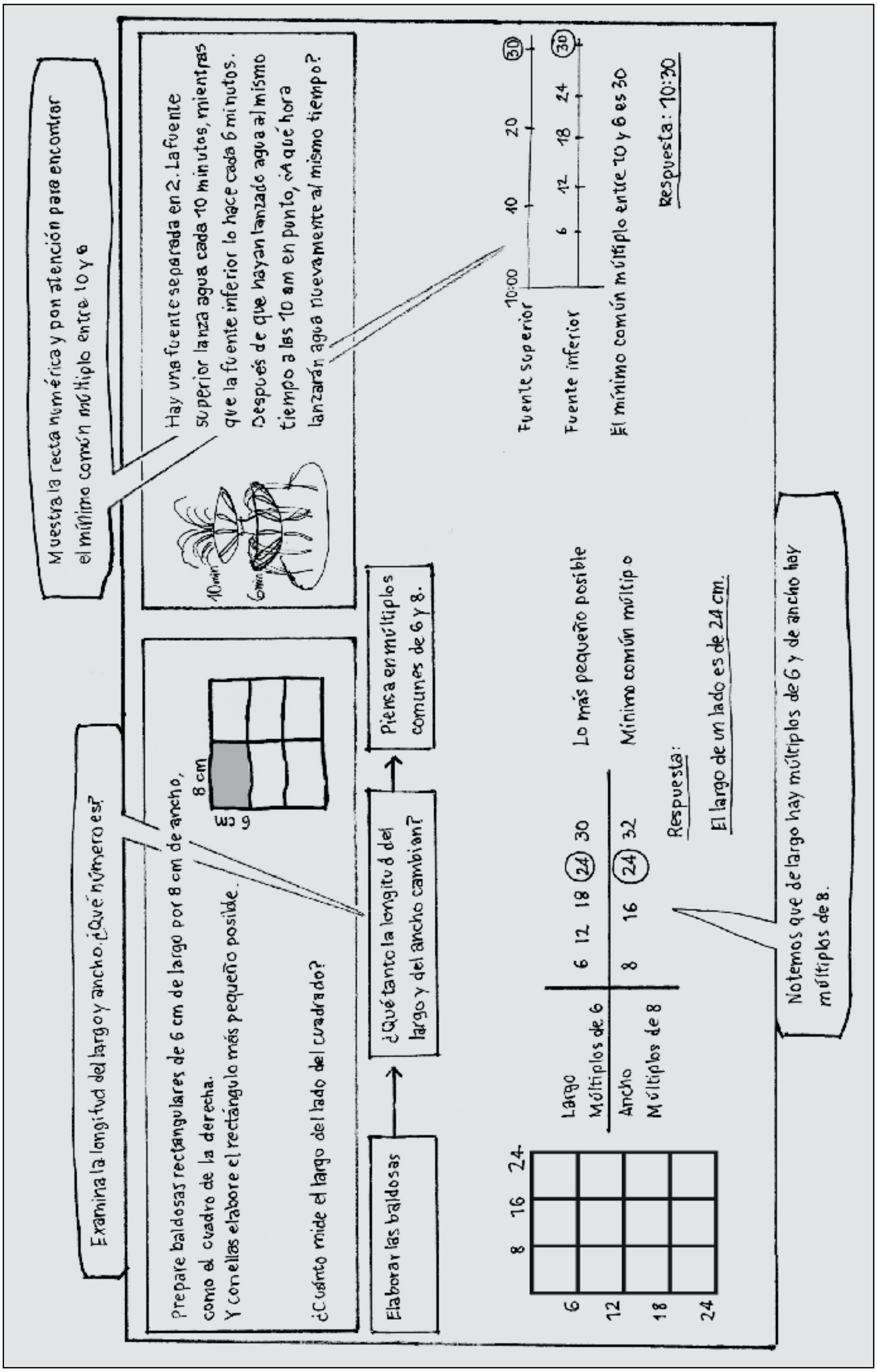
16 niñas se dividen en 2 grupos de igual cantidad ¿Cuántas niñas tendrá cada grupo?

Problema de la clase: Si se dividen en 3, ¿cuántas habrá en cada grupo?



Si fueran 17 niñas, ¿cuál será el resultado?

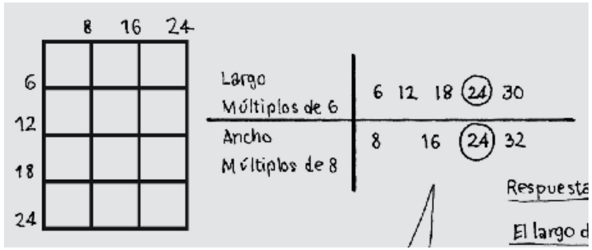


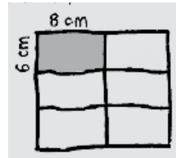


Pizarra 10.2: Mínimo común múltiplo - 6º grado

Consideremos baldosas de 6 x 8 cm

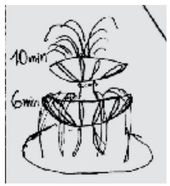
¿Cuánto mide el lado del cuadrado de menor tamaño que se puede construir con estas baldosas?

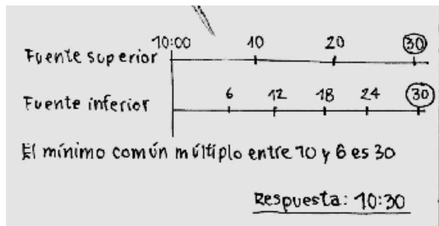


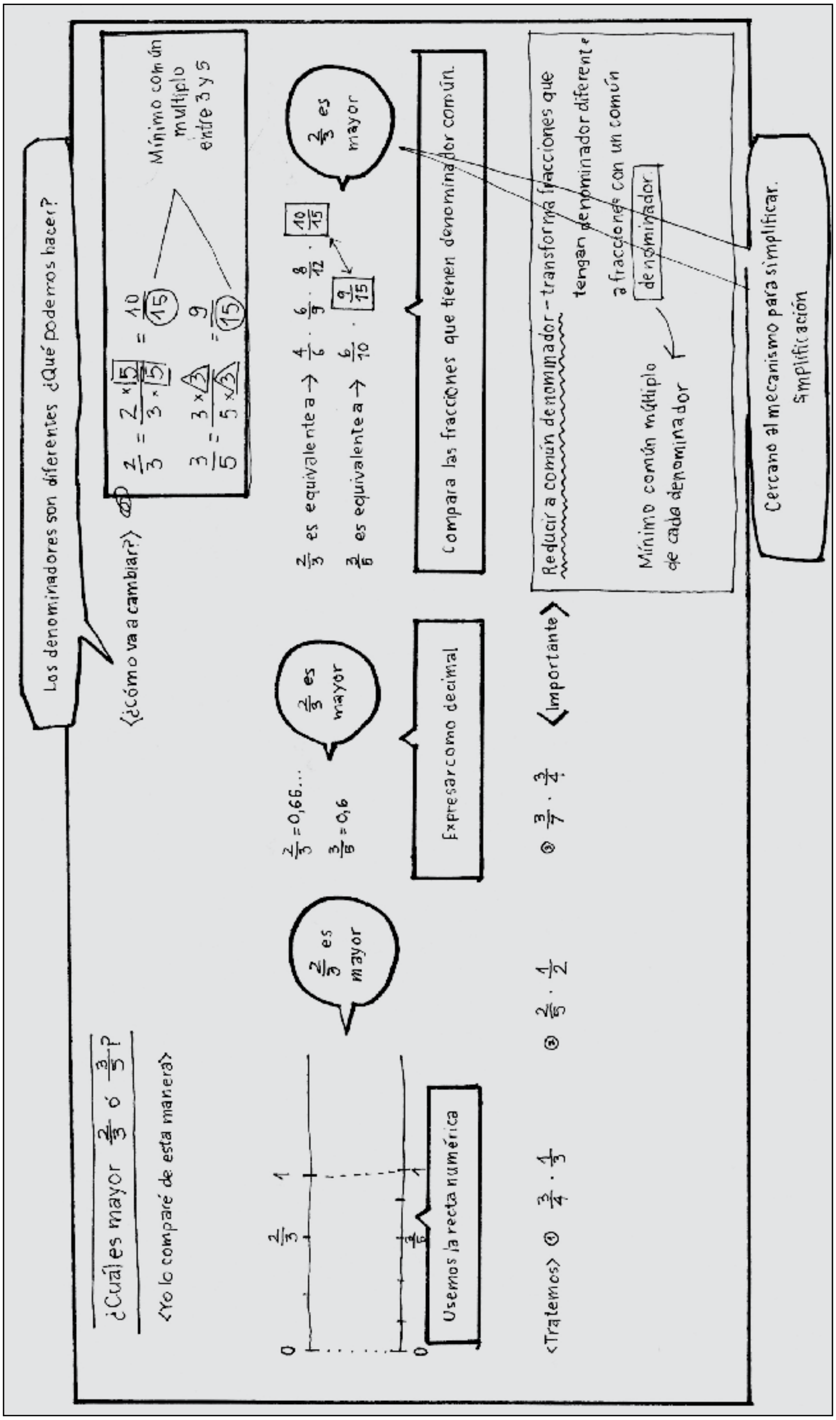


Consideremos una fuente en la que varía el flujo de agua superior cada 10 segundos y el inferior cada 6 segundos.

¿En cuántos segundos variarán ambos flujos a la vez?

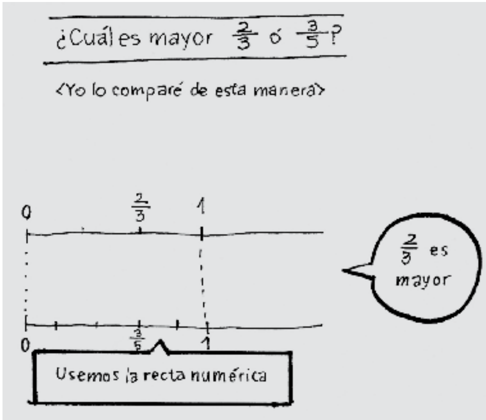




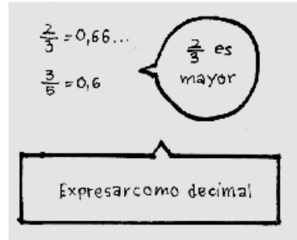


Pizarra 10.3: Orden entre fracciones - 6º grado

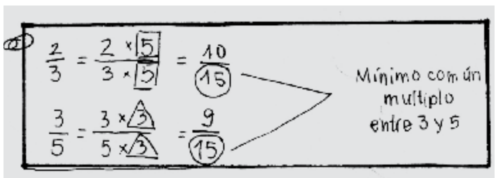
Pregunta de la clase: ¿Qué fracción es mayor?



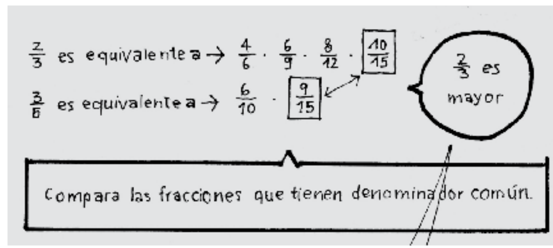
Expresión decimal de las fracciones



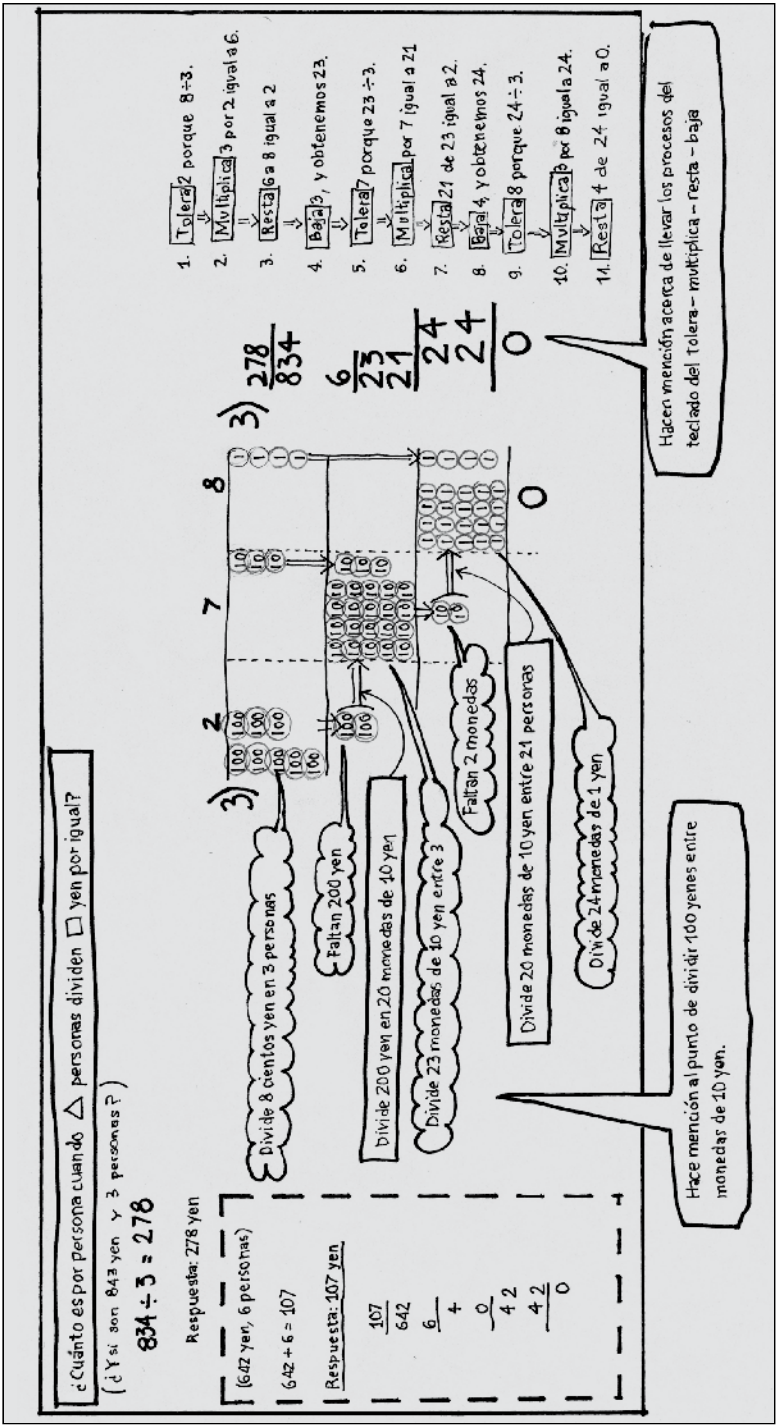
Expresadas con denominador común.



En familia de fracciones equivalentes

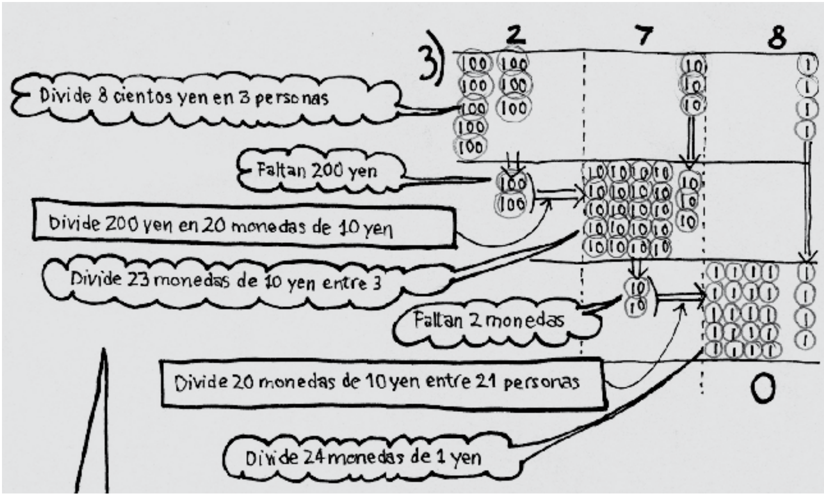


El Enfoque de Resolución de Problemas : en la enseñanza de la matemática a partir del estudio de clases
Masami Isoda, Raimundo Olfos. Valparaíso : Ediciones Universitarias de Valparaíso, 2009

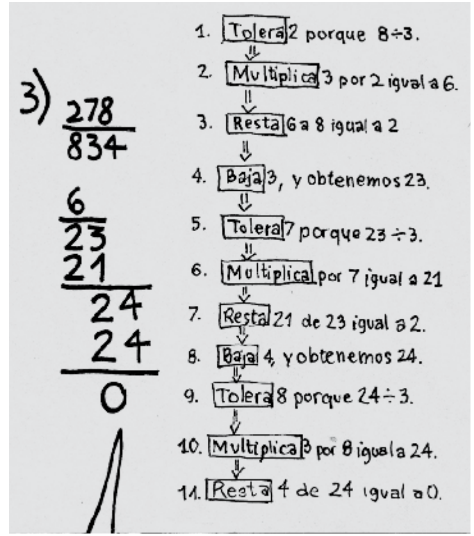


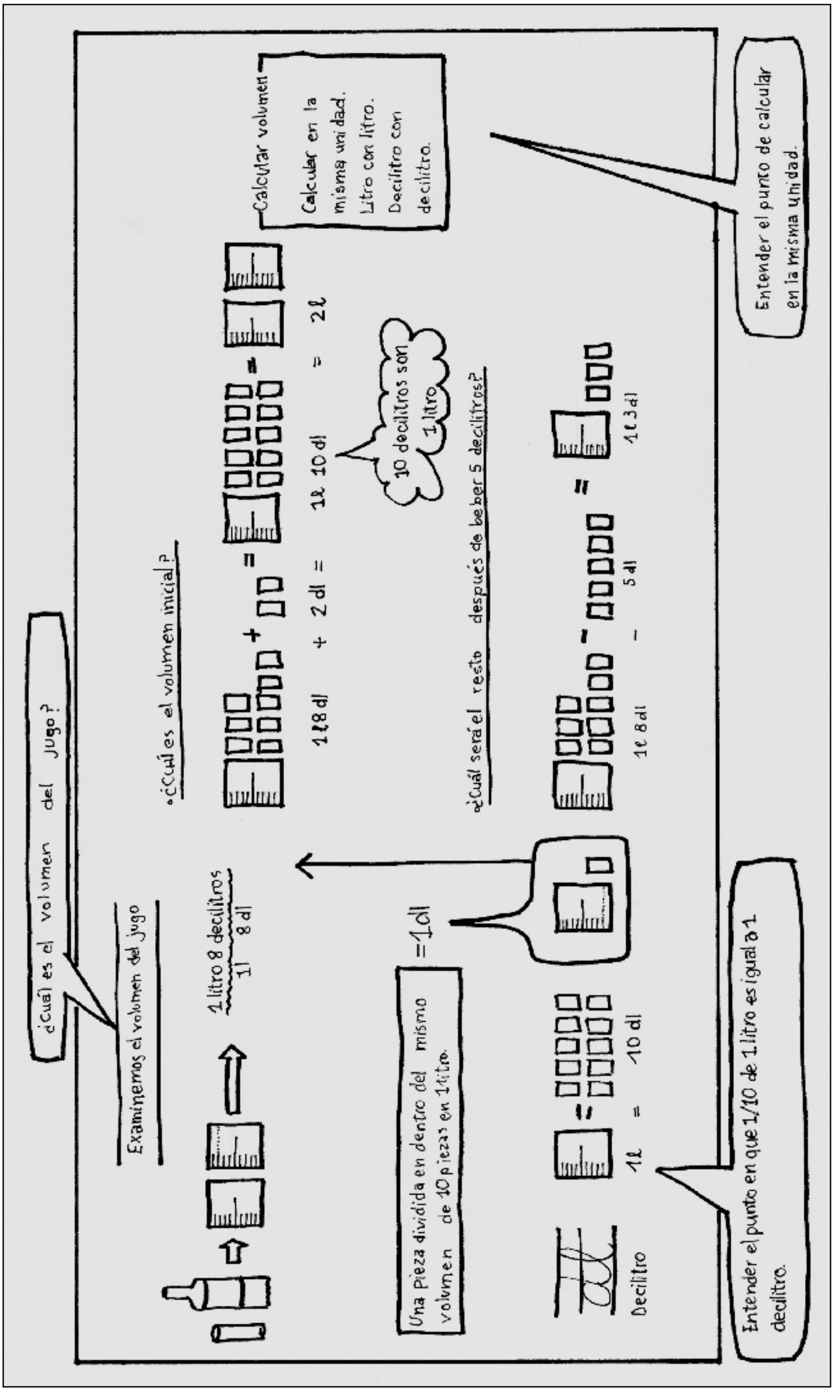
Pizarra 10.4: Dividiendo 834 en 3 - 4º grado

Siguiendo una forma comprensible para dividir



Asociando una forma eficiente para dividir

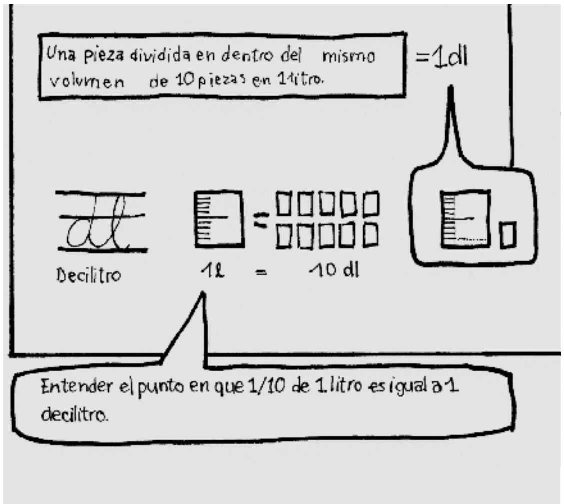




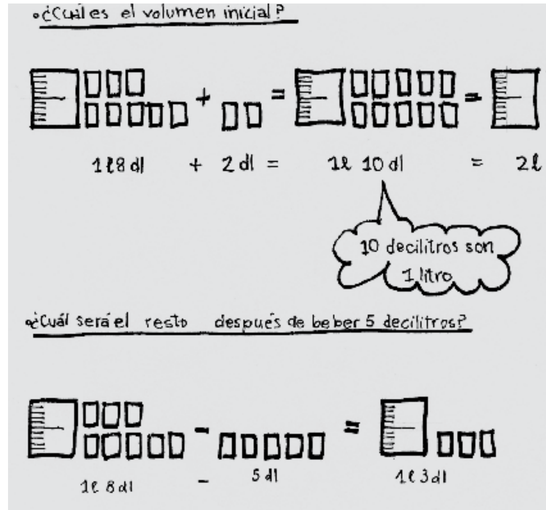
Pizarra 10.5: Sumando decilitros (cantidades continuas) - 4º grado

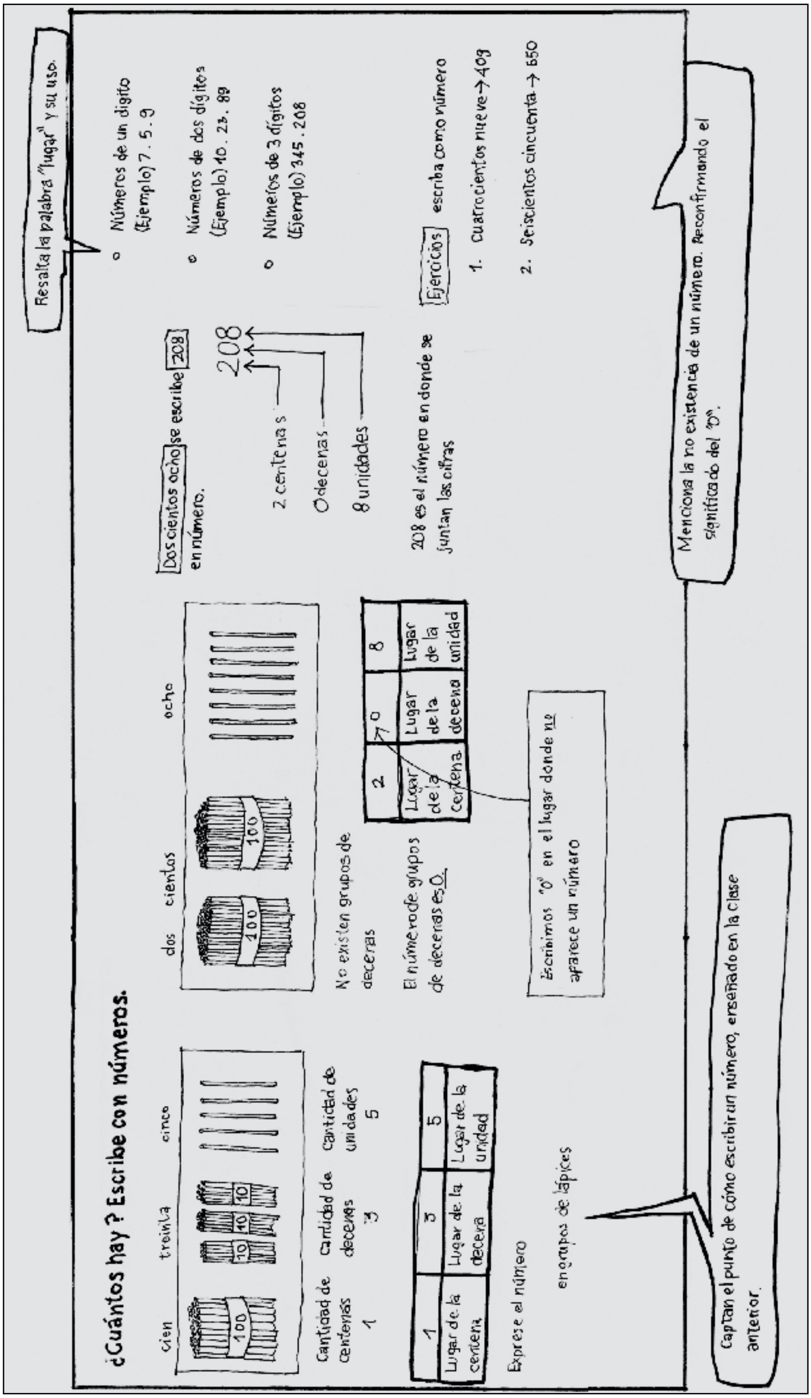
El problema: Se tiene 1 litro 8 decilitro de jugo, si bebemos 5 decilitros. ¿Cuál será el volumen que queda?

Comprendiendo el significado de 1 decilitro



Resolviendo por comprensión

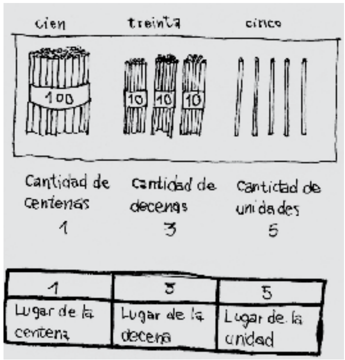




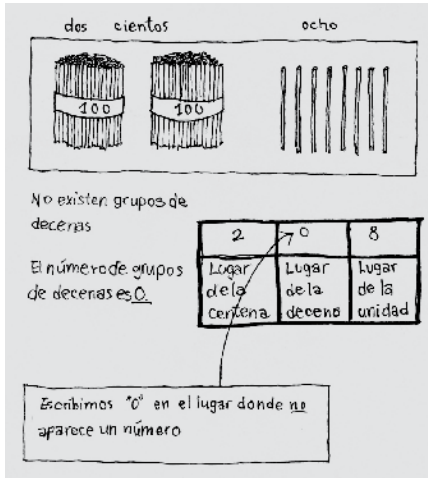
Pizarra 10.6: Números de tres cifras - 2º grado

El problema: ¿Cómo representar una cantidad de lápices usando números?

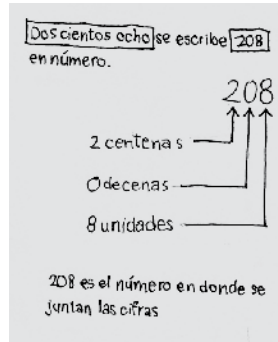
Representando una cantidad

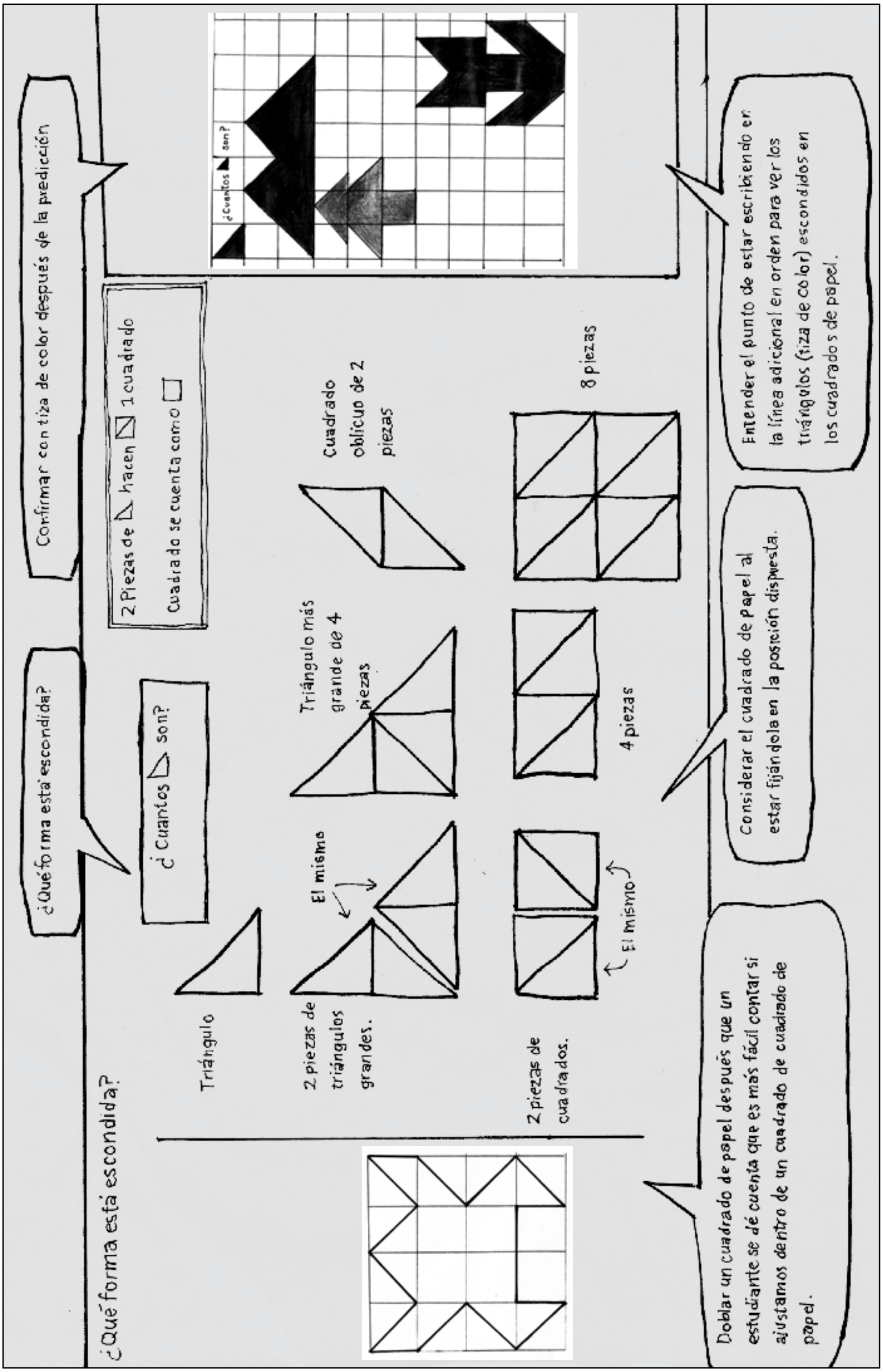


Representando una cantidad sin decenas



La cantidad en el sistema de numeración decimal.

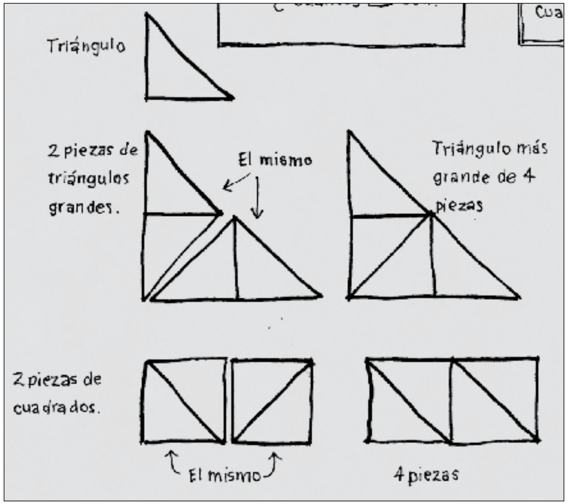




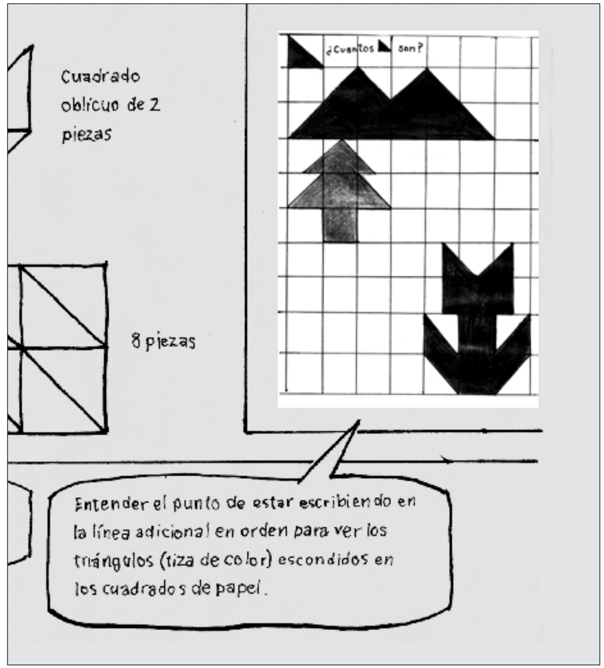
Pizarra 10.7: Acercándonos al concepto de área. - 2º grado

El problema: ¿Cuántos triángulos se necesitan para formar la figura?

Identificando regiones de igual área



Determinando cuántos bloques hay



Referencias

Tashiro Y. (2005) Ideas para preparar la clase. En e-archives cooperation bases system for education. Recuperado el 8-8-09 desde http://archive.criced.tsukuba.ac.jp/en/result_data.php?idx_key=1727

Hiroshi Shimizu (2007) How to plan the Lesson with Blackboard for Mathematics Classroom at Elementary School. Meijotosyo Pub: Tokyo

CAPÍTULO 11

Planificación de la lección bajo el enfoque de resolución de problemas que genera ideas distintas y promueve la discusión

La primera sección del capítulo se refiere al planeamiento de la instrucción en base a los vacíos de los alumnos, exponiendo en detalle una planificación del profesor Furumoto, quien atiende el fenómeno de la extensión excesiva por parte de los alumnos. A modo de ejemplo, se presenta la construcción de una sub-unidad en base al significado y el procedimiento. La segunda sección analiza una planificación de una hora de clases con revisión de conocimientos adquiridos, centrándose en la identificación del conocimiento de los alumnos y la tarea objetivo de la clase. La última sección se refiere a la discusión argumentativa como estrategia para eliminar los vacíos, mostrando ejemplos y contraejemplos.

Temas:

1. Planeamiento de la instrucción en base a los vacíos de los alumnos.
2. Planificación de una hora de clases con revisión de conocimientos adquiridos.
3. Discusión argumentativa para eliminar los vacíos.

1. PLANEAMIENTO DE LA INSTRUCCIÓN EN BASE A LOS VACÍOS DE LOS ALUMNOS

Planificación de una lección con discusión argumentativa e ideas diversas

Esta sección incorpora elementos encubiertos en las secciones anteriores, muestra cómo implementar la amplia gama de ideas que los niños crean y cómo gestionar una discusión argumentativa (dialéctica) en la clase.

Como se dijo, la discusión argumentativa se planifica para ocasiones especiales de la secuencia de enseñanza. Si el plan de estudios o la secuencia del libro de texto incluye la extensión de ideas matemáticas, podemos esperar que inevitablemente ocurran las contradicciones. En el enfoque de resolución de problemas, estamos apuntando a desarrollar la comunicación matemática así como el desarrollo conceptual matemático. En este capítulo, fijamos afirmativamente estas contradicciones como los objetos para la discusión en la clase de matemática.

Planeamiento de la instrucción, donde una amplia gama de ideas aparece beneficiándose de los vacíos en el conocimiento

Se utilizará aquí la lección de tercer grado sobre los decimales conducida por Junko Furumoto (Escuela Primaria de Sapporo Midorigaoka) como ejemplo.

La profesora Furumoto reconoce esta generalización excesiva como un vacío que aparece debido a una extensión del procedimiento que los niños han desarrollado para tratar números con una cifra decimal al procedimiento requerido para números con dos cifras decimales. Por consiguiente, la profesora ha creado el plan de clases siguiente para beneficiarse de este vacío y agregar profundidad a su clase en torno a los decimales.

Cuadro 11.1: Secuencia de clases generando conflicto

1ra clase:	¿En qué situaciones se utilizan los números decimales? La existencia de números decimales.	***¡Va bien!***
2da clase:	¿Cuánto jugo hay? La necesidad de los números decimales (significado). DL 1/10 = 0,1 DL: los números decimales se utilizan para expresar cantidades más pequeñas que la unidad (significado)	**El significado y el procedimiento coinciden.**
3ra clase:	Hagamos una recta numérica basada en el 0,1: el tamaño de los números decimales	
4ta clase:	Obtengamos números decimales para su introducción por sí mismos: práctica con números y cantidades grandes/pequeños (significado y procedimiento) "Soy 2,8. Soy un número compuesto de dos "1" y ocho "0,1"	***¡Va bien!*** **Proceduralización, pérdida o no pérdida de sentido.**
5ta clase:	Cuánto es 3,7 cm o 1,5 L: práctica en el uso de cantidades con unidades de medida. Re-expresando cantidades con unidades y subunidades de medida (significado y procedimiento).	
6ta clase:	Hay dos trozos de cuerda: uno es 4,2 m y el otro es 4 m 10 cm. ¿Cuál es más largo?	***¿Qué?*** **Ocurrencia de desajustes o vacíos.**

Las primeras cinco lecciones, en que cada una tiene una hora de duración, fueron diseñadas para ahondar la comprensión de los niños sobre el significado del primer valor decimal (los décimos). Particularmente, la cuarta y quinta hora se centran en la habilidad procedural (forma) en términos de la interpretación semántica. Hasta este punto, el método de instrucción es estándar. La sexta hora de clase se planificó para que se maravillen los niños y pregunten "¿qué?" Una gama diversa de ideas aparece mientras algunos niños intentan aplicar procedimientos rápidos y fáciles de utilizar y otros atienden el problema usando su comprensión de los números decimales, basados en el ejemplo 0,1 igual a 1/10 de 1. Se planificó de esta manera para producir el conflicto. Además, este conflicto se utiliza para conseguir que los niños reevalúen el significado del valor posicional, incluso para aquellos niños que no entienden el significado de los decimales precisamente en el primer lugar, en el de los décimos.

En el marco de la enseñanza de los decimales en cuarto grado, muchas veces los niños tienden a sobre-generalizar al intentar expresar cantidades con una única unidad de medida en una forma que incluya unidades y subunidades de medida, como se mostró en el Ejercicio 2, Capítulo 7.3.

La sexta clase se desarrolla como sigue:

Cuadro 11.2: Clase centrada en un conflicto

- Preconcepción: ¡Es 4,2 m! ¡Es 4 m 10 cm! - ¿Cómo debo compararlos? Las unidades son diferentes, así que si no los alineo, no podré compararlos.
¿Qué debemos hacer para poder identificar claramente cuál es más largo?
Para los niños que no pueden solucionar este problema por sí solos, el profesor hace que se den cuenta que ellos deben utilizar los diagramas o el valor numérico de la recta que previamente han aprendido. a) 4,2 m = 4 m 20 cm, entonces… b) 4,2 m = 4 m 2 cm, entonces… (la mayoría de los alumnos) c) 4 m 10 cm = 4,1 m, entonces… d) 4 m 10 cm = 4,10 m, entonces… Conflicto: a) contra b), c) contra d). ¿Es 0,1 m 10 cm o 1 cm?

Se vuelve al significado: Convirtiendo las unidades a metros (Usando diagramas y rectas numéricas) 10 cm es 1/10 de 1 m, así que es 0,1 m.

El diagrama siguiente muestra un resumen de la construcción de la subunidad mencionada, centrándose en el significado y el procedimiento.

Tabla 11. 1: Resumen sub-unidad centrada en el significado y el procedimiento

I) Construcción de significados. 1ra - 5ta clase: Hay correspondencia entre el significado y el procedimiento. Aparentemente no hay vacíos. Se utilizan cantidades específicas, rectas numéricas y diagramas para aprender que 10 x 0,1 asciende a 1 (significado).		
II) Construcción de procedimientos, basados en los significados, fáciles de usar. Parte de la 4ta clase: Se enseña a expresar rápidamente el significado con otras palabras, “2,3 se compone de dos 1 y tres 0,1”. Parte de la 5ta clase: Llegar a ser competente en el procedimiento. Algunos estudiantes comienzan a perder el significado del procedimiento. 5,3 cm = 5 cm 3 mm, 2,7 L = 2L 7dL se pueden re-expresar rápidamente.		
III) La situación de utilizar procedimientos fáciles no funciona: Extensión de la situación. Se repasa el significado y el procedimiento. 6ta clase: Se expone la brecha entre la solución emanada del procedimiento cuyo significado se ha perdido y la solución que refleja el significado. Así, se produce el conflicto, llevando a una revisión del significado del procedimiento y una revisión del procedimiento en sí. Se logra un nuevo entendimiento.		
Niños que aplican el procedimiento de la 5ta clase. 4,2 m = 4 m 2 cm Se piede el significado entre la 1ra y 5ta clase	Vs Conflicto ↓	Niños que dan solución usando el significado que aprendieron de la 1ra a la 5ta clase. 4,2 m = 4 m 2 cm 4 m 10 cm = 4,1 m
se repasa y reconoce el significado del valor posicional en los decimales, y se revisa el procedimiento para la re-expresión de números en diversas denominaciones.		
• La estructura de la discusión de la sección III incluye el significado Hegeliano del proceso dialéctico a través de la (sublación) eliminación. Aquí, las ideas diferentes del otro son la antítesis de funcionamiento.		

El punto clímax de la construcción de la sub-unidad es la sección III. ¿Cuál es el proceso para llegar a la sección III? Primero, en la sección I, los procedimientos se aprenden manteniendo el sentido en la mente. En la sección II, se adquiere un procedimiento fácil de usar. A medida que los niños logran dominar el procedimiento, algunos de ellos pierden la necesidad de considerar el significado.

En la sección III, se enfrentan con casos en los que el procedimiento fácil de utilizar no funciona. En la etapa de resolver problemas por sí mismos antes del debate de toda la clase, cada niño puede confundirse debido a que el procedimiento fácil de usar no siempre funciona. Cuando participan en las discusiones argumentativas, el conflicto surge en torno a la diferencia con las ideas sostenidas por otros niños.

Experimentando ese conflicto, el significado como una base que da soporte al procedimiento, el que muchos niños pierden en la sección II, es reconocido nuevamente con una forma más alta de generalidad, y entonces se revisa el procedimiento.

Lo siguiente describe el proceso de construcción de la sub-unidad en términos más generales.

Tabla 11.2: Proceso de construcción de una subunidad

El desarrollo de las sub-unidades en las cuales aparecen diversas ideas	
I) Profundizando en el significado: cuando el significado y el procedimiento coinciden. Aquí, se profundiza el significado en concordancia con el procedimiento.	***¡Va bien!***
II) Construcción de procedimientos fáciles de utilizar basados en el significado. Aquí se desarrolla la procedurización del significado y los estudiantes logran dominio del procedimiento fácil de utilizar. En ese momento, algunos estudiantes fallan en recordar el significado original. Incluso en esos casos, aún, el procedimiento seguirá dando lugar a una respuesta correcta y no se apreciarán vacíos en la comprensión. Por lo tanto, los estudiantes no experimentan ninguna confusión.	***¡Va bien!***
III) Una situación cuando los procedimientos no funcionan; un repaso del significado y una revisión del procedimiento. Las lagunas en la comprensión están expuestas cuando los estudiantes utilizan un procedimiento sin tomar en cuenta el significado, y los otros resuelven correctamente el problema porque ellos permanecen conscientes de la importancia del significado de un cálculo. Esto provoca conflictos, y después de examinar el sentido y el procedimiento, se alcanza un nuevo nivel de entendimiento.	***Situación de extensión: ¿Qué?***

Como muestran estos casos, debido al hecho de que la pérdida de significado que acompaña a la proceduralización ocurre lentamente, no siempre es posible distinguir entre las secciones I y II. La pregunta clave es ¿cómo trabajar hacia el clímax de la sección III? En otras palabras, ¿cómo lo hacen los profesores para enseñar a los niños a superar el conflicto? Mirando atrás en los ejemplos, los dos puntos siguientes, A) y B) deben ser condiciones necesarias.

Tabla 11.3: Organización de la enseñanza para superar el conflicto en el alumno

A) Presentando tareas a partir de las cuales, con bajo entendimiento, producirán diferentes respuestas. Las tareas deben ser presentadas de manera que haya un conflicto entre los niños que olvidan o no ponen cuidado en el significado para la adquisición del procedimiento fácil de usar en la sección II y los niños que tienen en mente el significado. Para hacer esto, las tareas deben ser presentadas de modo que los niños se arriesguen o que haya contradicciones cuando los procedimientos fáciles de usar sean usados en situaciones de extensión sin el debido cuidado en el significado. Estos niños pueden desarrollar sus propias ideas las cuales deben ser cambiadas, o requerirán reconsiderar el significado.

B) Preparación del significado que funcionará como el fundamento para la discusión argumentativa (una dialéctica) y una base para el entendimiento. Para superar el conflicto debido a la diferencia en las ideas (sublación Hegeliana), es necesario que los niños entiendan el significado (sección I) porque este significado puede usarse como la base para la discusión argumentativa.

De hecho, porque el conflicto surge en los niños al plantearles tareas convenientes (véase la parte A), es decir, cuando se encuentran con resultados totalmente diferentes a los propios, ellos pueden preguntar "¿qué?" o "¿por qué?" Esto les permite reflexionar sobre sus propias ideas y participar en discusiones argumentativas mientras comparan sus ideas con las de otros. Además, el resultado mutuo de esta discusión argumentativa de confrontación hace que los niños produzcan una respuesta para explicar por qué llegaron respuestas diversas. En la discusión argumentativa, la parte B es también necesaria. La razón de esto es que si los niños no pueden entender a los otros, o si no pueden aceptar ideas de otros, o si no pueden reproducir las ideas de otros, su discusión no tiene un ámbito común como base sobre la cual discutir y hablar sobre sus diversas perspectivas. Si ellos tienen una base para la discusión, ellos pueden reflexionar sobre lo que los otros están diciendo.

Cuando los niños realmente se preguntan entre sí "¿por qué?", aquellos niños que recurrieron al procedimiento fácil de utilizar (clasificado como tipo 1, el que da prioridad al procedimiento sin significado) no pueden hacer nada sino contestar: "La última vez 1,5 L eran 1L y 5 dl, ¿correcto?, luego, lo hice de la misma manera para 4 m 2 cm," o bien "¿Acaso, uno no transforma 4 m 10 cm en 4,10 m? (es decir ¿no lo escribe de esa manera?)". A continuación, los niños que aplicaron correctamente el significado en la resolución comenzaron a hablar del fundamento (significado) del procedimiento diciendo “0,1 m es 1/10 de 1 m, ¿correcto?”

Haciendo notar la diferencia en el significado del valor posicional para un dl de la vez anterior y la relación entre los metros y los centímetros, el significado se pone de manifiesto. Los niños que aplicaron solamente el procedimiento fácil de utilizar, y no estaban conscientes del significado, ahora llegan a ser capaces de reproducir los resultados correctos. Los niños que quedan satisfechos con el significado como el discutido pueden revisar sus propias ideas.

2. PLANIFICACIÓN DE UNA HORA DE CLASE CON LA CONFIRMACIÓN DE TAREAS PREVIAMENTE APRENDIDAS PARA REFORZARLAS

Conocimiento de los alumnos y tareas objetivos

El método indicado para la construcción de la sub-unidad es también útil para planear una clase de una hora. Es decir, como se discutió previamente, éste muestra cómo estructurar una clase que implique tareas previamente aprendidas y tareas planteadas como objetivo.

Aquí, explicaremos la introducción de Katsuro Tejima (de la Universidad de Joetsu de Educación) a las fracciones para los niños de cuarto grado por medio del significado y el procedimiento, y mostraremos el flujo de la estructura de su lección (referencia: “Kazu-e-no Kankaku Wo Sodateru Shido”, Escuela Primaria, Universidad de Tsukuba).

Tercer grado
3/4 ….. Tres partes de cuatro divisiones iguales de un todo.
3/4 m ... Se compone de tres partes de cuatro divisiones iguales de 1 m.

Extendiendo ↘ ↘ ↘ ↘ ↘ ↘ **Extendiendo**

Cuarto grado
1 y 1/4 m… Es 1 m y una parte de cuatro divisiones iguales de otro 1 m.
5/4 m ..... ¿Es cinco partes de cuatro divisiones iguales de 1 m?

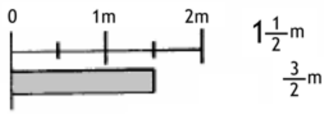
¾ … Tres veces la unidad ¼
(tres veces un cuarto)
5/4… cinco veces la unidad ¼
(cinco veces un cuarto)

→

5/4 m… 5 veces la unidad ¼
(cinco veces un cuarto)
→ Colección de fracción unitaria.

Figura 11.1: Enseñanza de fracciones articulando significado y procedimiento

Primero, Tejima revisa el significado de fracción aprendido en el tercer grado, antes de que las fracciones impropias se introduzcan en el cuarto grado (véase Figura 11.1). Debido a que "cinco partes de cuatro divisiones de 1 m" no tiene sentido, se hace necesario enseñar a los niños acerca de la manera de ver las fracciones impropias como colección de fracciones unitarias. También, Tejima intenta utilizar el vacío entre el significado y el procedimiento que ocurre en el pensamiento de los niños.



¿Tiene la cinta 3/4 m de largo?

Figura 11.2: Significado de 3/4

En el tercer grado, incluso cuando los niños estudian el significado de "3/4 m es 3 porciones de cuatro divisiones iguales de 1 m", hay niños que lo aprenden como el procedimiento: "si es 3/4 m, entonces tome tres de las cuatro divisiones iguales del todo" porque aprenden solamente el caso de las divisiones iguales del conjunto (o del todo). Como resultado de la aplicación del procedimiento, 2 m es visto como un todo y la respuesta es dada como ¾ m.

El utilizó la estructura siguiente para una lección que incorpora tareas previamente aprendidas y tareas para aprender. El objetivo de la lección es llenar los vacíos entre el significado y el procedimiento que los niños tienen y aclarar las ideas erróneas sobre el significado de las fracciones.

Nota: En la educación matemática elemental japonesa, una fracción se introduce primero vía una situación tal como repartir una pizza. Siendo explicada por la relación parte-todo (fracción sin unidad de medida). En segundo lugar, se introduce como 1/3 m (fracción con unidad de medida). En este contexto, el significado es extendido de la relación parte-todo a la recta numérica con la idea de una cantidad. Así la fracción impropia 4/3 significa cuatro porciones (considerando un tercio como una fracción unitaria).

Más adelante, una fracción es reconocida como resultado de la división (por ejemplo, el caso especial de las fracciones decimales). Finalmente, una fracción se reconoce y se interpreta como una razón. La lección de Masaki se basó en los estándares curriculares anteriores (1980). En 3er grado, una fracción es introducida como una relación entre las partes y un todo.

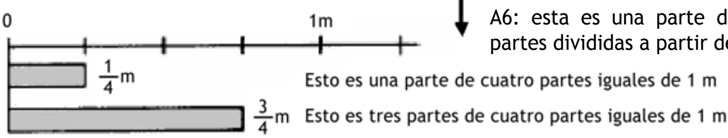
Tabla 11.4 Enseñanza para la extensión del concepto de fracción

• Tarea previamente aprendida 1: El profesor muestra a los niños el trozo de 1 m de largo de cinta y lo divide en cuatro partes delante de ellos. Él les pregunta: "¿cuán largo es cada parte?" A1: 25 cm, A2: 0,25 cm, A3: 4/100 m, A4: 1/4 m.

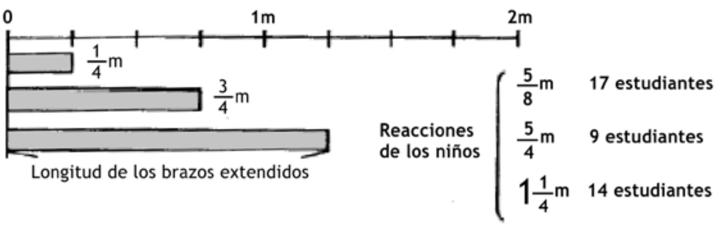
• Tarea previamente aprendida 2: Después de confirmar que la longitud está expresada como la fracción 1/4 m, el profesor dice: "Hoy, expresemos la longitud de esta cinta en fracciones." Él entonces corta la cinta en dos pedazos: 1/4 m y 3/4 m como se muestra abajo. El profesor entonces pregunta: "¿cómo podemos expresar las longitudes A y B en palabras? Primero, piensen en A como 1/4 m".

A5: ésta es una parte de cuatro divisiones.

A6: esta es una parte de cuatro partes divididas a partir de 1 m.



Tarea objetivo: Después, el profesor saca un trozo de cinta que mide 125 cm. Entonces dice: "La longitud de esta cinta tiene una conexión al cuerpo humano. ¿Cuál piensan ustedes que es?" Después de esto, el profesor desarrolla la discusión diciendo: "C es la longitud de ambos brazos extendidos, es un hecho real". Entonces dice a los niños, como se indica en el diagrama de abajo, "cuando S extiende los brazos hacia los costados, la longitud es superior a 1m. ¿Cómo podemos expresar esta longitud?"



La discusión argumentativa se desenvuelve vía el debate sobre las tareas 1 y 2.

A9: Pienso que 5/4 m es extraño. A10: Es cinco partes de las cuatro divisiones de 1 m.

A (hasta A9) Eso es correcto / Discrepo.

A11: No estoy de acuerdo. Si uno toma 1 m, queda 1/4 m. 1 m es igual a 4/4 m, así que si uno los pone juntos, es 5/4 m.

A13: 5/4 m es extraño porque a pesar de que 1 m se partió en 4 partes, el numerador es más grande que el denominador.

A14: Hay uno, dos, tres, cuatro, cinco partes de 1/4 metro, así que es 5/4 m.

A15: Si fuera 5/8 m, significaría cinco trozos de las ocho porciones iguales en que se dividió 1 m, pero por otra parte llega a ser más pequeño de 1 m, lo que es extraño.

Resumen: Si es 5/8 de 2 m, entonces está correcto.

Si 5/8 m se escribe con el \`m', entonces llega a ser más pequeño que 1 m, lo que es extraño. Es cinco veces la longitud de la cinta de 1/4 m, así que 5/4 m es aceptable.

Lo dicho anteriormente es una descripción de Tejima. ¿Qué habría sucedido si el profesor hubiera comenzado la clase saltándose la revisión del material previamente aprendido y hubiera utilizado inmediatamente la tarea objetivo? Puesto que la tarea objetivo es una extensión del material anterior, una gran variedad de ideas aparecería. La discusión argumentativa habría quedado fuera de control y habría continuado de la misma manera si los niños no hubiesen compartido el significado base de la tarea 1 (véase, Isoda, 1993).

Él sabe que muchos niños llegarán a la respuesta 5/8 m antes de planear la lección. La meta de esta clase es que los niños adquieran un nuevo significado de múltiplos de una fracción de la unidad, de modo que ésta les sirva como base para un procedimiento conocido como representación de la fracción incorrecta, que será cubierta en la lección siguiente. Bajo esa perspectiva, es necesario enfatizar a los niños la idea de agregar un número de fracciones unitarias 1/4 m (los niños no conocen sobre una fracción como una unidad, o como número en la recta numérica). Al mismo tiempo, también es necesario revisar la sub-comprensión de 5/8 m, que viene en el marco del entendimiento de las fracciones como partes iguales de un todo. Para revisar esta idea, él recuerda a los niños que consideren la longitud en la tarea 1 y les pregunta si pueden confirmar que 25 cm = 0,25 m = 1/4 m. En la tarea 2, él repasa la definición de fracciones, la confirma y la pone a prueba en la tarea objetivo poniendo el 1/4 m y 3/4 m en el diagrama de la cinta de una recta numérica en orden creciente.

Por medio de la creación de este flujo contextual, es fácil llegar a tomar conciencia de “cuántos 1/4 m partes” hay allí, como por ejemplo en la respuesta 5/4 m. Además, la idea de 5/8, que fue obtenida sin el significado, es “5 porciones de 8 divisiones iguales de 1 m”. Esto se obtuvo aplicando la definición previamente aprendida de números fraccionarios. Los niños tomarán conciencia de que 5/8 m es más pequeño que 1 m. Aquí, los contraejemplos son eficaces: “5/8 m es más pequeño que 3/4 m, así que es correcto”

La discusión argumentativa fue exitosa, en la medida que el significado y el procedimiento que forman la base de la discusión habían sido confirmados en la tarea 1 y la tarea 2 antes de considerar el significado y el procedimiento en el objetivo de la tarea 3. En conclusión, las lecciones de Masaki sobre el paralelismo, de Suzuki sobre la división y de Tejima sobre las fracciones se pueden todas resumir según las indicaciones de la página siguiente.

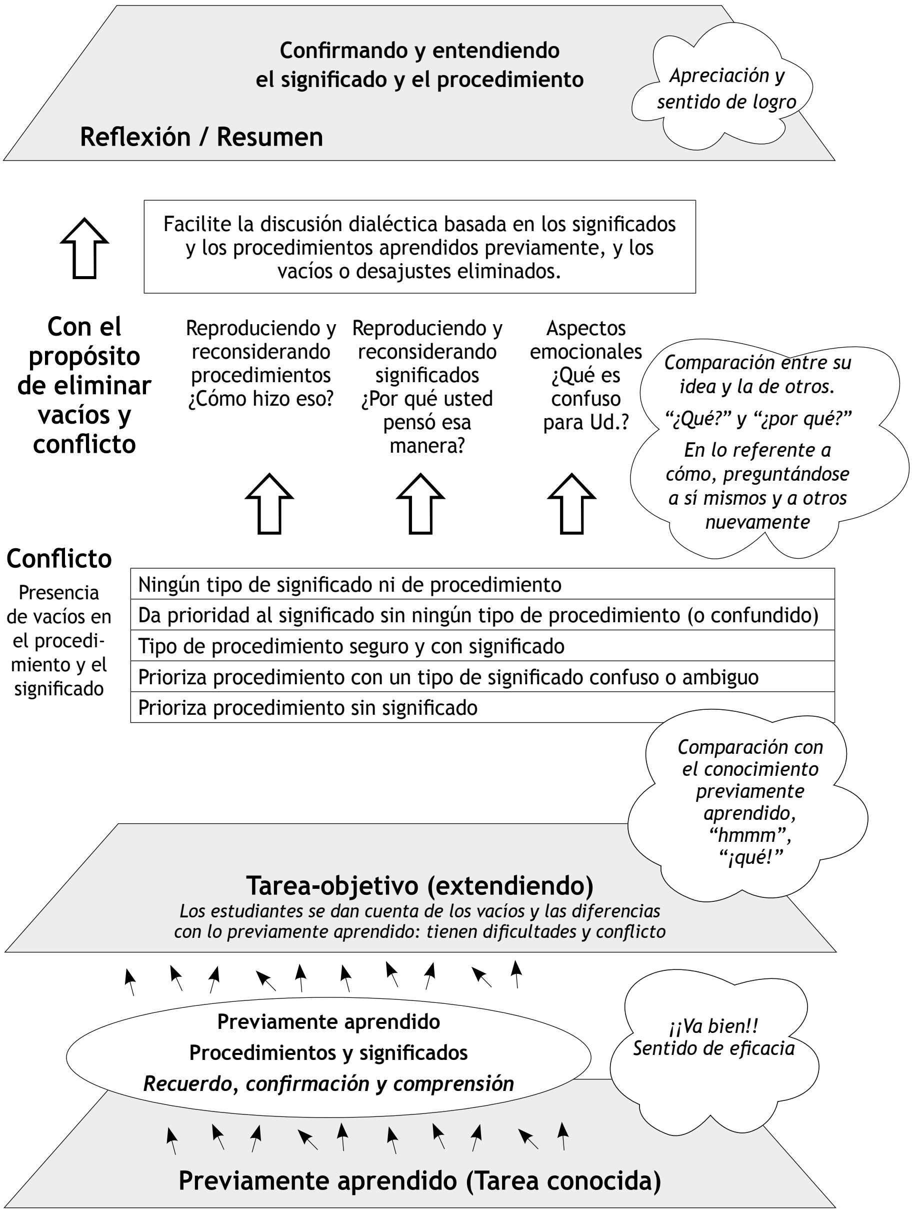


Figura 11.3: Estructura de secuencia de clases centrada en discusión argumentativa

Para implementar una lección que incluya tal flujo (A-D) es necesario el siguiente trabajo para su planeamiento.

Cuadro 11.3 Planeamiento de la clase vinculando procedimiento y significado

A) Investigue qué etapa de la extensión es esta clase dentro de la secuencia del plan de estudios, y qué clase de cambios son necesarios con respecto al procedimiento y al significado para alcanzar las metas de la clase.

B) Considere qué tipos de tareas objetivo son necesarias para extender el material.

C) Anticipe qué tipo de reacciones y vacíos aparecerán en el significado y el procedimiento cuando los niños en la clase aborden la tarea objetivo, aprendida de las situaciones anteriores.

D) Prepare las tareas que repasan el material anterior para determinar qué necesidades han de ser cubiertas en términos de significado y procedimiento para realizar la tarea objetivo. Esto también permitirá la creación de una base para la discusión argumentativa, la que examinará la base de significado necesaria para la eliminación de los vacíos que aparecen durante las tareas objetivos.

La lección se desarrolla como parte de un plan de la unidad o de la sub-unidad para enseñar tal como en las lecciones de Furomoto sobre el número decimal, entonces la primera parte del organigrama de la lección, es decir, la tarea previamente aprendida, puede colocarse y a menudo se hace en la clase inmediatamente anterior en consideración de lo antedicho, y la lección generalmente se centra en las cuatro partes que siguen: Tarea objetivo, conflicto, eliminación del vacío y reflexión.

3. DISCUSIÓN ARGUMENTATIVA PARA ELIMINAR VACÍOS (TENDIENDO UN PUENTE)

Más allá de la reflexión, la discusión argumentativa se realiza con el objetivo de eliminar el conflicto causado por los vacíos.

Discusión argumentativa (dialéctica) que elimina los vacíos entre ideas diversas.

Las reacciones de los niños que no están muy conscientes del significado del procedimiento	⟷ Conflicto	**Las reacciones de los niños que están conscientes del significado del procedimiento**

Los niños que están conscientes del significado del procedimiento y los niños que no están muy conscientes de él se contradicen. Aquí, la discusión se desarrolla basada en las ideas y las preocupaciones de los niños que tienen una comprensión ambigua del significado o del procedimiento

Para eliminar contradicciones y vacíos, es necesario que los niños persuadan a otros niños a revisar sus ideas.

Figura 11.4: Uso de la discusión argumentativa para superar conflicto

En vista de lo que se ha discutido hasta ahora, es concebible que la discusión argumentativa progrese en la dirección prevista si se consideran los dos puntos siguientes.

Tabla 11.5 Planeamiento de la clase en torno a la discusión argumentativa

1) Desarrollando conscientemente "Hmmm" y "¿por qué?"

Cuando los niños están solucionando nuevos problemas por sí mismos, ellos se cuestionan, se ponen inquietos y piensan "¿es correcto hacerlo de esta manera?" Esta preocupación e intranquilidad se manifiestan en las sensaciones de los niños cuando encuentran vacíos en los significados y los procedimientos de tareas previamente aprendidas.

Sin embargo, una vez que los niños han contestado con éxito a la pregunta de la tarea, ellos se sienten mejor y olvidan estos tipos de sensaciones (feelings). Si los niños pierden el deseo de eliminar la preocupación y la intranquilidad dentro de sí mismos, no pueden entender las ideas complejas de otros. Por otra parte, no pueden captar el punto de vista de otros y revisar sus propias ideas compartiendo sus opiniones con sus compañeros de clase.

Los niños que "dan prioridad al procedimiento con el significado confuso o ambiguo" o "dan prioridad al significado con la exhibición ambigua del procedimiento" a menudo muestran este tipo de preocupación y de intranquilidad. Por lo tanto, el uso de tales preocupaciones e intranquilidades hace fácil el acceso a las ventajas de la discusión argumentativa.

2) Compartiendo la comprensión de los significados que servirán de fundamento para la discusión argumentativa

Las diferencias mutuas en los procedimientos se exponen como desajustes durante la discusión argumentativa. Para eliminar tales vacíos, los niños deben hablar de los significados de la base para los procedimientos de cada uno preguntando: "¿Por qué usted pensó de esa manera?" Además, si no comparten ni entienden la interpretación de cada uno, no pueden revisar sus propios procedimientos.

(a) Buscando un significado mutuamente reconocido que permita a los niños compartir una explicación lógica como base.

(b) Usando ideas de otro incluso cuando está reconocida como inadecuada, y deduciendo contradicciones.

Usando los dos puntos antedichos como premisa, los dos puntos siguientes pueden mostrarse como medidas para fijar y para resumir la discusión argumentativa.

Es fundamental para una discusión argumentativa que sea planeada con respecto al punto (a): Es necesario que la explicación matemática sea como una clase de demostración matemática. Sin embargo, no es fácil que los niños compartan los significados. Esto es porque es difícil responder cuando se escuchan los comentarios de otra persona. Si pelean los niños, se hace difícil establecer un debate apropiado y los implicados no pueden alejarse de sus propias ideas y aserciones. Aquí, las siguientes habilidades de enseñanza llegan a ser necesarias (véase por ejemplo Kimiharu Sato, 1995).

Cuadro 11.4: Gestión de la clase para resguardar la discusión

- Cuando se destacan diversas ideas, se da tiempo a los niños para reconsiderar por qué piensan que su idea es apropiada, de modo que puedan explicar por qué piensan de esa manera. Por ejemplo: Consiga que los niños anoten sus ideas con respecto a por qué piensan en esa manera de proceder.
- Desarrolle los puntos de confusión y trátelos como puntos de discusión para organizarlos dentro de la discusión argumentativa. Ejemplo: Pida a los niños que comenten respecto a sus puntos de confusión y de preocupación.
- Organice los puntos de la discusión de modo que los comentarios arbitrarios no hagan que la discusión argumentativa quede fuera de control.

Ejemplo: “Intente decirlo otra vez”, “Un momento, yo entiendo lo que dijo”, “Eso está bueno. ¿Puede alguien reformularlo?” “Bien, los puntos de la discusión ahora están en diversos niveles. Déjeme exponer el problema en forma modificada”.

Usando estas técnicas de enseñanza, el profesor anima a los niños a encontrar un significado con el cual todos queden satisfechos y las ideas puedan ser presentadas lógicamente en base a tal significado. En tal discusión argumentativa, el punto (b) usualmente se hace necesario. En la primera parte del punto (b), el presumir que “la otra persona está en lo correcto” es una condición necesaria para considerar la perspectiva de la otra persona. Es decir, ¿cuál es la premisa a considerar de modo que los niños lleguen a alcanzarla como resultado? Para alcanzar este resultado, se solicita a los niños que determinen en qué premisas se están basando las ideas de los otros niños. Sin embargo, no es una tarea fácil reproducir las ideas de otra persona. En realidad, al realizar una tarea que exceda las condiciones del “si” de un procedimiento que funciona, es frecuente que más de la mitad de los niños malentienda el problema y utilice un procedimiento sin significado.

Entre esos niños, algunos contestan de esa forma porque no pueden entender la razón de ese significado e intentan entender su fundamento. En ese caso, incluso si escuchan la explicación de otra persona, no pueden convenir con la idea de la otra persona debido al hecho de que no pueden entender de lo que está hablando la otra persona, porque él no puede entender la premisa en la cual se basa la idea de esa persona. Cuando sucede esto, primero es necesario que los niños tomen conciencia que el no poder tener en cuenta las premisas causará confusión. Una técnica persuasiva es sugerir que la persona acepte temporalmente la idea del otro incluso si es muy diferente a la suya, continúe utilizando la idea en otro caso, y después demuestre que contradice lo que antes aprendieron (la última mitad de (b)).

Éste es el método dialéctico socrático usado desde tiempos de la Grecia clásica, y es el origen del reductio ad absurdum (reducción al absurdo) en términos matemáticos. En simples palabras, es la producción de un contraejemplo. Si la otra persona no lo entiende como contraejemplo, no es eficaz. Por consiguiente, la sección siguiente examina dos métodos que son eficaces en crear contraejemplos.

a. A la espera de un contraejemplo apoyado en (b) para (a): ¿Qué pasa si la idea de A está correcta?

Aquí, un ejemplo. Hidenori Tanaka, profesor municipal en Sapporo Ishiyama-Minami:

La escuela primaria, está enseñando en el quinto grado la adición de fracciones con distintos denominadores usando el ejemplo 1/2 + 1/3. Algunos de los niños dan la respuesta 2/5. Esta respuesta muestra a un estudiante que da "prioridad al procedimiento sin significado". Estos niños sumaron simplemente los numeradores y los denominadores de las fracciones, sin la comprensión del significado. Además, algunos niños abogaron el significado equivocado argumentando (○●) + (○●●) = (○○●●●) (dando prioridad a un procedimiento con significado confuso o ambiguo". Los niños que piensan que esta explicación está correcta muestran una carencia de la comprensión de las fracciones, puesto que es imposible sumar fracciones expresadas en unidades distintas. Por esta razón, incluso aunque los niños puedan entender la explicación de su compañero de clase usando un diagrama, podrían no entender por qué un compañero de clase dice eventualmente que su propia explicación del diagrama era incorrecta. Lo que sirve de prueba de su comprensión equivocada es la refutación, "Así pues, ¿has sumado antes denominadores entre sí?" Según este procedimiento, 1/2 + 1/2 = 2/4 = 1/2, y como lo ven los niños, (○●) + (○●) = (○○●●). Mirándolo de esta manera, va contra lo que se ha aprendido previamente. Por consiguiente, este tipo de refutación, que no es una negación directa de la idea de esa persona, utiliza su respuesta como una oportunidad para criticar su modo de pensar, y es por lo tanto absolutamente convincente.

b. Facilitando la comprensión aplicando las tareas en diversas situaciones y ejemplos

El acercamiento excelente con la pregunta "¿Qué sucede si la idea de A es correcta?" es el que hace uso del procedimiento de A sin el significado. Incluye el razonamiento basado en lo que dice el otro para intentar compartir lo importante de la discusión (a). Al hacer eso, se centra en la contradicción sobre el procedimiento que el estudiante ha utilizado, en vez de en el significado que no entiende. El uso del procedimiento de A le permite darse cuenta de su propia incomprensión del procedimiento. Éste es el mismo método visto en la clase de Tejima.

Sin embargo, también hay algunas veces en que una contradicción necesita ser indicada en las nuevas tareas, eso en el caso de que un contraejemplo no esté claro para los estudiantes o no haya sido dado por estudiantes y en el caso de que un profesor no lo muestre.

Aquí, presentamos un ejemplo de este método usando una clase de tercer grado referida a las fracciones conducida por Mikiko Iwabuchi, profesor en la escuela primaria municipal de Sapporo Kitasono en Sapporo.

En este ejemplo, se planea un cambio de las fracciones como partes iguales de un todo a las fracciones como cantidades sobre la recta numérica (fracciones unitarias).

En esta secuencia de lección planeada (véase Cuadro 11.5), el significado de las fracciones como las partes iguales de un todo se utiliza como base para definir las fracciones como cantidades por sí mismas. Esta definición crea un cambio en el significado desde “n piezas de las m divisiones iguales del todo” a las “n piezas de m divisiones iguales de una cantidad unitaria”. Hasta antes de la segunda lección, los niños han estudiado solamente fracciones como partes iguales de un todo de un conjunto, luego hay varias discrepancias en la interpretación semántica de la respuesta como 1/4 m en la clase del tercer grado. Las respuestas de los estudiantes cubren un rango amplio. La discusión surge entre los niños, y según lo esperado, el conflicto se considera entre los que eligieron la respuesta B y los que eligieron la respuesta C.

Particularmente, como 1/4 m se lee como “1 de 4 partes” m en japonés, es fácil que los niños lleguen a la idea de que el número es cuatro veces el estándar 1 m. Como idea para apoyar C, un niño dijo “debe ser más corto que la longitud original” para hacer uso del significado estudiado de las fracciones como partes iguales de un todo. Otra es la indicación expresada en el comentario: “si 1/4 m =1 m, usted debiera decir 1 m, de otro modo es extraño.” Sin embargo, porque el significado de 1/4 m es indefinido y discrepante, los niños que escuchan a otros no podrán tener sentido de ello. Por lo tanto en la cuarta clase, el profesor pregunta a los niños acerca del caso de 1/2 m. Si B está correcto, el 1/2 m = 1 m y 1/4 m = 1 m, y así que usted tendría "1/2 m = 1/4 m," lo cual otra vez es extraño, y un debate que se centra en "eso debiera ser más corto en el orden de 1/2 m, 1/4 m, 1/10 m", ocurriría desde la perspectiva que fue aprendida acerca de fracciones como partes iguales de un todo. Es decir, una conclusión en que contestan que C está correcta se puede alcanzar porque el significado y la lógica de las fracciones estudiadas en la clase del segundo grado no coincide con la respuesta B de la primera clase.

Cuadro 11.5: Secuencia de clases llevando a la gestión de un conflicto

1ra lección: Mitades… dividiendo igualmente… la introducción de la fracción como la relación parte-entero usando 1/2.

¡Va bien!

2da lección: "Hagamos ¼ m." usando la fracción como partes de un entero.

¡Va bien!

El profesor pide a los niños que coloreen un trozo de ¼ del tamaño de un papel lustre y de cinta para enviar a su escuela hermana, para su festival de música.

3ra lección: "Hagamos 1/4 m." para introducir la fracción como cantidad.

¿Qué?

El profesor quisiera que los niños cortaran una longitud de 1/4 m de la cinta para enviar al festival de su escuela hermana. Deben cerciorarse de que la medida es correcta.

A) El tamaño original de la cinta puede ser de cualquier tamaño, así que si la longitud entera no está dada, no está fija (2 niños: Priorizan el procedimiento con el significado confuso o ambiguo).

B) 4 m se dividen uniformemente, cada pedazo es 1 m (16 niños: Dan prioridad al procedimiento ambiguo o sin significado).

C) Una sola pieza a partir de 1 m se divide uniformemente (en trozos de 25 cm) (19 niños: Siguen un procedimiento seguro y con significación).

4ta lección: Hagamos ½ m. Introducción de la fracción como una cantidad. (continuación de la 3ra lección).

Referencias

Hiebert. J. (1986). Conceptual and Procedural Knowledge: The Case of Mathematics. LEA.

Isoda, Masami (1991). "Katto a Nattoku wo Motomeru Mondai Kaiketsu Jugyo no Kozo," Riron to Jissen no Kai Chukan Hokokusho.

Isoda, M. (1996). Problem-Solving Approach with Diverse Ideas and Dialectic iscussions: Conflict and appreciation based on the conceptual and procedural knowledge, Tokyo: Meijitosyo Pub. (Versión en inglés disponible en http://

www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/apec2007/progress_report/)

Katsuhiko Shimizu (1989). Sugaku Gakushu ni Okeru Gainenteki Chishiki to Tetsuzukiteki Chishiki no Kanren ni Tsuite no Ichi-kosatsu. Tsukuba Sugaku Kyoiku Kenkyu (co-authored with Yasuhiro Suzuki).

Katsuro Tejima (1985). Sansuka, Mondai Kaiketsu no Jugyo. Meijitoshoshuppan Corporation.

Kimiharu Sato (1995). Neriai wo Toshite Takameru Shingakuryoku. Kyouiku Kagaku, Sansuu Kyouiku.

Miwa Tatsuro (1993). Taikan Kinen Ronbun Henshu-iinkai-hen. Gakushu Katei ni Okeru Hyougen to Imi no Seisei ni Kansuru Ichi-kosatsu, Sugaku Kyouikugaku no Shinpo. Toyokan Publishing Co., Ltd.

Mondai Kaiketsu no Shido. Shogakko Sansu Jissen Shido Zenshu 11 Kan, Nobuhiko Noda (Ed).

Mondai Kaiketsu (1995). no Noryoku wo Sodateru Shidou. Nihon Kyouiku Tosho Center

Sansu Jugyo ni okeru Settoku no Ronri wo Saguru (1993). Kyoka to Kodomo to Kotoba. Tokyo Shoseki Co., Ltd.

Sugaku Gakushu ni Okeru Kakucho no Ronri (1995). Keishiki Fueki to Imi no Henyo ni Chakumoku Shite. Furuto Rei Sensei Kinen Ronbunshu Henshu-iinkai. Gakko Sugaku no Kaizen. Toyokan Publishing Co., Ltd.

Tadao Kaneko (1985). Sansu wo Tsukuridasu Kodomo. Meijitoshoshuppan Corporation.

Toshiakira Fujii (1985). Rikai to Ninchiteki Conflict ni tsuite no Ichi-kosatsu. Informe de Educación matemática.

Toshio Odaka & Koji Okamoto (1982). Chugakko Sugaku no Gakushu Kadai. Toyokan Publishing Co., Ltd.

CAPÍTULO 12

El Plan de Clases

El presente capítulo muestra los elementos y criterios centrales de un plan de clases y los ejemplifica. La primera sección vincula el plan de clases con las orientaciones de la enseñanza, haciendo referencia a metas complementarias, a saber, que los alumnos piensen matemáticamente y que desarrollen habilidades algorítmicas. La segunda sección profundiza en la estructura del plan de clases y presenta una matriz para el mismo. La última sección desarrolla dos planes de clases y un formato de plan, a modo de ejemplos.

Temas:

1. El plan de clases y las orientaciones para la enseñanza
2. La estructura del plan de clases
3. Ejemplos de planes de clases

1. EL PLAN DE CLASES Y LAS ORIENTACIONES PARA LA ENSEÑANZA

Planear una clase para que los alumnos piensen matemáticamente.

El plan de clases se construye en el marco de un plan de unidad, un plan anual y uno curricular. Por ende sería lógico que hubiésemos desarrollado primero el capítulo siguiente, sobre el plan de la unidad, estuviera antes que éste. Sin embargo, se privilegia la perspectiva del constructivismo, presentamos primero las características del plan de clases y luego ubicamos éste en el contexto del planeamiento de la unidad.

El plan de la clase se elabora a partir del plan de unidad y de orientaciones de documentos más generales como la normativa nacional, la Guía Ministerial para la Enseñanza de la Matemática, los planes anuales y de la unidad elaborados en las escuelas. Así, el planeamiento de la clase se constituye en una tarea integradora, concretándose en una hipótesis lo que se desea que suceda en la clase en virtud de los objetivos que se establecen para ella.

Se espera que las clases sean participativas, es decir, que los alumnos hagan preguntas y formulen hipótesis a partir de un trabajo personal, discutan con sus compañeros cercanos las ideas que están entendiendo y propongan respuestas en público a toda la clase a partir de sus elaboraciones personales.

Lo óptimo es que las clases provean a los alumnos la experiencia de disfrutar el proceso de pensar en términos matemáticos, esto es, disfrutar los desafíos y la provisión de respuestas propias y con sentido para ellos.

Además, el plan de la clase depende de los conocimientos que los alumnos ya han adquirido en las clases previas y han aquilatado en sus vidas. Si el plan de la clase tiene la expectativa que los alumnos aprendan a multiplicar, por ejemplo, números de dos dígitos por números de dos dígitos (DU x DU), ese plan tiene que estar dentro de un plan de unidad o anual que garantice que los alumnos ya comprenden el sentido de la multiplicación, ya saben las tablas y ya saben multiplicar números de un dígito por dos dígitos y decenas por decenas. Cada clase ha de presentar un pequeño desafío, un pequeño paso en la comprensión y en la adquisición de nuevos conocimientos y habilidades por parte de los alumnos. El profesor ha de planear una clase en la que él no le diga a los alumnos qué es lo que tienen que hacer para multiplicar números de dos dígitos entre sí, sino que ha de idear actividades para que en los alumnos surjan las respuestas a las preguntas que él les plantee. El profesor, por ejemplo puede plantear al comienzo de la clase la pregunta ¿Cómo podríamos multiplicar números de dos dígitos entre sí? Y la hora de clase podría llegar a ser un proceso de reflexión, indagación e interacción a partir del cual los alumnos, con la animación del profesor, van llegando a respuestas más integradas y robustas. El profesor pondrá en escena el plan de clases. Primero desafiará a los alumnos a que resuelvan un problema, no les indicará la solución, sino, al igual que un jardinero abonará la tierra para que florezca el jardín, aguardará con prudencia hasta que los alumnos comuniquen sus respuestas. La labor del profesor no es sustituir el pensamiento razonado del alumno, sino, al contrario, lograr que éste aparezca. Para ello ha de construir un ambiente de trabajo individual o compartido suficientemente estable que permita a los alumnos concentrarse en la tarea. Luego el profesor conducirá la discusión acerca de la resolución del problema, asumiendo un rol análogo al de un director de orquesta, que procura que el aporte de los instrumentistas lleven a una grandiosa sinfonía, que en este caso sería el aprendizaje significativo en sus alumnos.

El profesor debiera guiar los diálogos e interacciones en la clase con el objeto de que los alumnos descubran caminos a la respuesta a través de su comprensión y los conocimientos ya adquiridos, como también con el descubrimiento personal o la comprensión de las ideas compartidas con sus compañeros durante la clase

Por ejemplo, en el caso del estudio de la multiplicación, el objetivo del planeamiento de la clase será crear situaciones y preguntas que lleven a los alumnos a reflexionar acerca de cómo encontrar una forma de calcular, y no será misión del profesor presentar el algoritmo a los alumnos con el objeto de que ellos lo imiten su procedimiento. Una vez que varios alumnos, usando los conocimientos previos, hayan propuesto formas personales de resolver la tarea, usualmente ya previstas por el profesor en el momento de construir el plan de la clase con sus colegas, el profesor organizará las interacciones en el aula, para que la mayor parte del curso comprenda y entre todos busquen la optimización de la técnica en cuestión.

Si la técnica estándar u óptima (producto en columnas, algoritmo vertical o algoritmo resumido) no aparece durante el transcurso de la clase, no será tarea del profesor exponerla en esa misma clase a modo de cierre. Sino que el desafío queda abierto para una siguiente clase y para la optimización de la clase como parte del Estudio de Clases. Son los alumnos quienes han de fijar las bases para la construcción de su propio conocimiento.

Planear la clase para que los alumnos consoliden una técnica algorítmica

La planificación de la clase debe crear oportunidades para que los alumnos experimenten el proceso de pensar matemáticamente y lo disfruten, debe ofrecer instancias para que los alumnos conjeturen soluciones y esas soluciones sean comunicadas y discutidas en la clase. De modo que la clase no se oriente a la adquisición de un algoritmo de cálculo por repetición, sino al descubrimiento de una forma abreviada y óptima para el cálculo, por ejemplo el de la multiplicación de números de dos dígitos entre sí.

La adquisición de destrezas de cálculo es muy importante en la tradición oriental, y en particular en Japón. Pero la rapidez, exactitud y automatismo puede ser alcanzado por el alumno a partir del trabajo personal, en parte fuera de clases, con actividades en lo posible no monótonas, atractivas. El alumno debe practicar hasta que sienta que ha adquirido la destreza, pero ello puede lograrse a partir de situaciones o problemas donde los mecanismos de cálculo atraigan la atención de los alumnos. En particular, los alumnos pueden reconocer regularidades o propiedades, aun cuando no las puedan generalizar. Por ejemplo, se puede pedir a los alumnos que identifiquen el número que multiplicado por sí mismo resulte 776, o que multiplicándolo por su sucesor resulte 420.

Tales desafíos requerirán de los alumnos procedimientos de tanteos y el uso de regularidades (por ejemplo, que el número buscado en el primer caso debe terminar en 4 o en 6), que los conducirán a que practiquen la multiplicación de números de dos dígitos. La actividad les será atractiva, ya que ellos están desafiados a buscar una respuesta y no sólo a ejecutar un procedimiento sin más sentido para ellos. La adquisición de rapidez y exactitud en el cálculo a partir de la práctica es facilitada por el buen dominio de las tablas y un procedimiento óptimo para multiplicar un dígito por un número de dos o tres dígitos. Las actividades monótonas y aburridas de la práctica sin sentido de los algoritmos no son representativas del estilo de clases japonés que busca conciliar el desarrollo de un pensamiento creativo con la adquisición de conocimientos, como por ejemplo las destrezas de cálculo, por parte de los alumnos.

En síntesis, el plan de clases ha de ajustarse a un estilo de clase a través del cual se desarrolle una clase entretenida, que se centre en procesos de justificación y no en la práctica irreflexiva de simples cálculos

2. LA ESTRUCTURA DEL PLAN DE CLASES

El plan de clase y el planeamiento de la clase.

Sin dudas el proceso más extenso del ciclo del Estudio de Clases es el planeamiento de la clase a investigar, el cual incluye la elaboración del plan y de los materiales a implementar en la clase. Si en el marco del Estudio de Clases, la realización de la clase requiere 45 minutos y su discusión otros 45 minutos, el planeamiento y preparación de la clase es un proceso que demanda varias semanas de reflexión y creatividad.

El planeamiento de la clase se consigna en un documento que contiene la matriz del plan de clases, con un formato particular.

Formato del Plan de Clase

Si bien no hay un formato único de plan de clase en el Estudio de Clases, y aunque no se espera que en el ajetreo cotidiano los profesores elaboren planes tan acabados como esos, existe un conjunto de especificaciones que usualmente se emplean en la elaboración de los planes de clases construidos por los profesores en el Estudio de Clases.

El documento puede extenderse en 10 o más páginas, o bien, presentarse de manera concisa en dos o tres páginas. Cualquiera sea su magnitud, consiste en un escrito denso y multidimensional que incluye la ubicación de la clase en un contexto referido a las necesidades de los alumnos y a la unidad de enseñanza, los objetivos de la clase, el detalle de los problemas matemáticos, las actividades de los alumnos, sus posibles respuestas y los criterios para evaluar el progreso de la clase.

En su versión extensa, el plan contempla tres secciones. Introducción, descripción de la unidad con sus sesiones, y la sección acerca de la clase. Seguiremos aquí el modelo relatado por Fernández y Yoshida en atención a una experiencia en la escuela de Tsuta, Japón, en el año escolar 1993-94.

La introducción contiene los siguientes datos: curso, fecha, hora y nombre de la unidad. Además contiene varios parágrafos que describen las características de los estudiantes en clases, sus conocimientos previos, habilidades e intereses, permitiendo estas líneas ayudar a dar la orientación a la lección.

Cuadro 12.1: Introducción al plan de la lección

Profesor instructor: Fecha de implantación, hora y duración. Curso: número de niños y niñas. Nombre de la unidad. Razones que justifican la implementación de la unidad (Algunos párrafos).

La segunda sección del plan se refiere a la unidad completa con sus subsecciones. Menciona la situación en que se involucrará a los alumnos y que se usará de contexto para los problemas a resolver en clases. Hace referencia a los temas relacionados con otras unidades y en otros niveles. Incluye la sub-sección correspondiente al plan de la unidad en un par de páginas, que contempla 8, 10 o 15 lecciones que podrían integrar la unidad.

Cuadro 12.2: **Información acerca de la unidad**

- Objetivos de la Unidad. - Conexión de la unidad con otros temas del currículo. - Plan de la unidad (descripción breve de la idea central de cada una de las 10 o 15 sesiones, incluyendo descripciones en breves párrafos en torno a bloques de 3 o 4 lecciones).

La tercera sección del plan se refiere específicamente a la lección: expone los objetivos de la lección, como por ejemplo "que los alumnos ganen confianza en sí mismos para multiplicar o restar reagrupando, basando su comprensión en la adición de números de dos dígitos"; hace referencia a las actividades en las que se espera que los alumnos se involucren, las posibles elaboraciones de los alumnos, los apoyos, incluyendo materiales, que el profesor podría brindar a sus alumnos y la evaluación o monitoreo a cargo del profesor con el objeto de retroalimentar el proceso y valorar logros.

Las actividades a desarrollar por los alumnos obedecen a las preguntas, problemas o tareas que propone el profesor usualmente al inicio de la clase, identificadas claramente en el plan de clases, y a las preguntas que se van adicionando en el devenir de la clase.

Las actividades de los alumnos consisten en producciones personales, como también la integración de sus producciones con las de algunos compañeros y al requerimiento de síntesis que solicita el profesor al cerrar la sesión. Como parte del plan de clases se contempla la predicción de las posibles respuestas que desarrollarán los alumnos en clases frente a las preguntas del profesor. Esta predicción que hace el profesor de los comportamientos de los alumnos da luces acerca del proceso de comprensión de los alumnos, y permite al profesor plantear y orientar las nuevas preguntas durante la clase, guiándolos a la construcción de nuevos conocimientos. En síntesis, esta sección hace referencia al progreso de la clase, relato o progresión hipotética que es el corazón del plan de la lección, el cual está desarrollado en 4 columnas.

Cuadro 12.3: **Información acerca de la lección**

- Perspectiva o enfoque de evaluación de la clase.
- Materiales a preparar, para la manipulación de los alumnos o uso en la pizarra.
- Objetivo de la lección.

Matriz en 4 columnas que describe el desarrollo o progreso de la clase:

- Actividades de aprendizaje y preguntas
- Reacciones esperadas de los alumnos
- Respuestas del profesor a reacciones
- Evaluación

La primera columna presenta la explicación de las actividades de aprendizaje, con las preguntas clave que el profesor propone en los diferentes puntos de la lección. Esta columna también incluye mensajes al profesor para conducir la lección en momentos claves.

La segunda columna contiene las reacciones esperadas de los alumnos. Aquí se describen las ideas, respuestas y reacciones que podrían ofrecer los alumnos. Por ejemplo, las distintas estrategias de solución que podrían ofrecer los alumnos al problema. Las estrategias se pueden representar gráficamente, etiquetar y ordenar conforme a su complejidad.

La tercera columna del relato o progresión de la lección registra como responder a las posibles ideas y reacciones de los alumnos y provee una lista de los puntos importantes que debe recordar el profesor, por ejemplo limitaciones o dificultades inherentes a distintos métodos.

La cuarta columna se refiere a la Evaluación y contiene comentarios acerca de cómo el profesor puede evaluar el éxito de las distintas partes de la lección.

Estas columnas deja ver las cinco fases de la lección: presentación de la situación en que se contextualiza el problema para que los alumnos comprendan el contexto, la presentación del formato del problema para que los alumnos trabajen algunos ejemplos sin que les aparezca el conflicto de la problemática a tratar, la presentación del problema central de la lección en donde aparece la problemática para que los alumnos la enfrenten con su propio entendimiento, la presentación y discusión de las soluciones por parte de los alumnos que permite comparar formas de resolver el problema, y la presentación de la conclusión de la lección que da paso a la siguiente clase.

Esto es, en la matriz se van desplegando las interacciones y tareas conforme a los momentos de la clase:

Cuadro 12.4: Principales momentos de la clase

1. Comprender la situación problema.
2. Presentación del formato del problema.
3. Resolviendo el problema principal.
4. Discutiendo y puliendo las respuestas.
5. Síntesis y anuncio de la siguiente lección.

3. EJEMPLOS DE PLANES DE CLASES

Esta sección presenta un par de ejemplos de planes de clase abreviados y un ejemplo de formato de plan para su estudio. Los dos ejemplos iniciales consisten en relatos de planes de clases en un par de páginas, sin desarrollar el plan completo como se detalló en la sección anterior. El tercer ejemplo, referido al formato, ofrece un modelo como matriz.

Primer ejemplo

Números primos y compuestos

Se trata de un plan de clases construido para una clase elaborada por el profesor Kozo Tsubota, subdirector de la escuela elemental anexa a la Universidad de Tsukuba, Tokio. Esta clase fue presentada públicamente con alumnos de 4º básico en enero de 2006.

1. Título: Números primos y compuestos.

2. Acerca del tema de investigación.

a) Fortalecer el significado de los números.

Los Programas de Estudio de Japón (MEXT, 2000) recalcan que debe ser considerada con mucho cuidado la meta de "alimentar un rico sentido de los números, las cantidades y las figuras geométricas". Desde que se introduce la multiplicación en segundo grado, se tiene presente la meta específica de "ver los números como producto de otros números". Sin embargo, ésta sólo es una instancia específica del desarrollo del "sentido del número" que debe ser considerada todo el tiempo en los últimos grados de la enseñanza primaria (4º a 6º grado). Por lo cual, debemos constantemente atender de manera intencionada al sentido de los números. La clase de hoy propone el tratamiento del sentido del número usando el tópico de "los números primos y compuestos". En la página 75 de "Comentarios sobre el Programa de Estudio para las matemáticas de la escuela elemental" podemos leer "la meta es desarrollar la comprensión de la estructura multiplicativa de los números a través de una actividad de conteo de objetos por agrupación".

En el contexto de la iniciación a la multiplicación en 2º básico, esta afirmación significa que los estudiantes deben comprender que un número puede ser visto como producto de otros números. Por ejemplo 12 puede ser pensado como 2x6 o 3x4. En la clase de hoy, ahondaremos en esta perspectiva, de modo que los estudiantes consideren 12 como 2x2x3.

b) Números primos y compuestos.

En esta clase, representaremos con dibujos el hecho de que los números son o bien primos o compuestos, los que son productos de números primos. Mostraré los siguientes diseños a los alumnos, y esperamos que ellos identifiquen las reglas que los rigen. Luego, usando esas reglas, los estudiantes desarrollarán diseños para números más grandes.

Tema de investigación

Revisando la enseñanza que se centra en “ver un número en relación a otros números, esto es, como producto de otros números”.

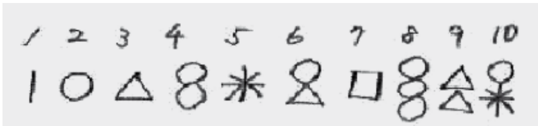


Figura 12.1: Símbolos para representar números primos y compuestos

Si los estudiantes verdaderamente comprenden las ideas de esta lección, tienen mayor probabilidad de comprender los significados de “mínimo común múltiplo” y “máximo común divisor” a ser estudiados en 6º Grado.

c) Meta: “Que los alumnos puedan ver un número como producto de otros.

d) El plan de instrucción (2 lecciones en total)

Comprendiendo el origen de los números compuestos (esta lección es la 1ª de las dos). Lección 1. Los números primos y compuestos, hasta 100.

e) La instrucción de la lección

Meta: “Dar a conocer que todos los números enteros son el resultado de la multiplicación de números primos”.

Flujo de la lección

(1) Observe los diez diseños mostrados en los naipes y determine lo que representan.

(2) Ponga los diez naipes en la pizarra al azar. Pregunte a los estudiantes qué es lo que aprecian. Si se desarrolla una idea relacionada con números, solicitar las razones.

Figura 12.2: Naipes dispuestos al azar en la pizarra

(3) Usando las “reglas” halladas, pídale a los estudiantes qué piensen en la idea de cómo pueden ser representados el número 11 y 12.

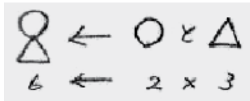


Figura 12.3: Posibles reglas halladas por los estudiantes

Discuta las ideas para 11 y 12. Confirme que 11 es representado por un diseño nuevo, mientras 12 se representa combinando 2, 2, y 3.

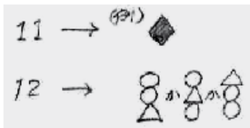


Figura 12.4: Posibles representaciones de los alumnos para 11 y 12

(4) Pida a los niños que dibujen diseños de número hasta 20.
(5) Confirme que estos diseños representan los números esperados, luego hágales pensar acerca de otros números.

Segundo ejemplo

Descomposición del número 10

Este es un estudio del plan de clases de un curso de verano de la Escuela de la Isla de Cervecero, desarrollado por Aki Murata y Nobuaki Hattori, para el primer grado de la clase del 8 de agosto del 2001.

1. El título de la Lección: Las Formas de descomponer el número 10.
2. La meta de esta lección: Se espera que los estudiantes:
   a) Aumenten su comprensión de la naturaleza subyacente a las cantidades numéricas, usando sus ideas acerca del diez para lograr un apropiado desarrollo
   b) Resuelvan problemas basados en un contexto de finales abiertos.
   c) Aumenten su aprecio por el trabajo cooperativo y las habilidades sociales, y que esto tenga efecto en la formación de miradas más profundas respecto de la comprensión de las matemáticas.
3. La relación entre esta lección y los contenidos matemáticos estándares para el kindergarten de la Escuela Pública de California.

El kindergarten
Los estudiantes comprenden la relación entre números y cantidades (por ejemplo: que un set de objetos tiene el mismo número de objetos en situaciones diferentes a pesar de su posición o el acomodamiento).

↓

Primer Grado
Los estudiantes representan formas equivalentes de los mismos números a través del uso de modelos físicos, por medio de diagramas, y las expresiones del número.

↓

Segundo Grado
Los estudiantes comprenden la relación entre números, cantidades, y valor posicional en números enteros hasta 1,000.

Figura 12.5: Relación de la lección con niveles previos y posteriores

4. La instrucción de la lección

Esta lección proveerá una oportunidad para que estudiantes que están entrando en primer grado experimenten la naturaleza flexible de la cantidad numérica de 10. En Kindergarten, los estudiantes exploraron números, a través de una colección variada de actividades contables. Ellos han experimentado y han descubierto secuencias diferentes de conteo, las cantidades que los números representan (cardinalidad), y las diferentes formas para representar dichas cantidades que ellos mismos contaron.

Esta lección se fundamentará en sus anteriores experiencias educativas, presentándolas mediante un desafío, pero basado en una pregunta contextualizada: ¿Cómo hacer el 10 en pedazos de diferentes maneras?

Descomponer y recomponer cantidades numéricas les ayudarán a ver los números como entidades flexibles que se vinculan unos con otros. El número 10 es también un número muy especial en el sistema de base 10 que usamos, y conocer la naturaleza de la decena y ser capaz de descomponer y recomponer el 10 de manera flexible establecerá una fundamentación firme para las futuras exploraciones que emprendan los estudiantes, con mayores cantidades numéricas.

Especialmente, como los estudiantes en un futuro aprenderán adición y sustracción de números con multidígitos usando algoritmos, su conocimiento de diferentes formas equivalentes de 10 les ayudará a comprender mejor el sistema posicional y los mecánicos de los algoritmos.

En esta lección, el docente y su asistente juegan papeles importantes en apoyarse el uno al otro y crear una atmósfera cooperativa y segura de resolución de problemas para estudiantes en el aula. Modelarán el discurso de matemáticas para los estudiantes y complementarán el debate cada vez que sea necesario en el plan de lección.

5. El Método de la Lección

Tabla 12.1: Plan de clases a tres columnas

Las actividades. Las preguntas de los maestros. Anticipación a las respuestas de los estudiantes	El soporte del profesor	Evaluación
1. La introducción para la lección La introducción de los profesores conducirá al problema de fondo de la lección (el descubrimiento de las diferentes combinaciones de brazos rojos y azules de un alienígena con 10 brazos).		
¿Cuáles son las diferentes combinaciones de brazos rojos y azules del alienígena?		
		¿Están los estudiantes interesados en el problema?
2. El profesor guía la solución del problema Usar un imán y piezas recortables para armar en el pizarrón la figura del alien, el profesor y un alumno voluntario (o 2) le mostrarán la actividad a la clase entera. a. Con 10 imanes se le ponen los brazos al alien en diferentes combinaciones de azul y rojo. b. Los niños identifican el número de brazos usando los imanes. c. Representan la combinación con números.		¿Entienden los estudiantes la actividad?
3. Solucionando el Problema de manera individual En una hoja de trabajo del alumno con una figura del alien más pequeño (1/2 página), los estudiantes trabajan de a pares o en grupos para encontrar diferentes combinaciones de los brazos del alien.	Si algunos grupos encuentran muchas combinaciones rápidamente, se puede extender su obra en el piso o sobre la mesa	¿Están los estudiantes trabajando en grupos? ¿Están los estudiantes realmente
Anticipación a las respuestas estudiantiles 1. Simplemente el color determinará patrones visualmente diferentes, y luego cuentan los números de brazos (pueden repetirse las mismas combinaciones de número). 2. Arman un patrón creciente con un solo color, los demás brazos se completan con el otro color, y luego cuentan los números de brazos coloreados con cada color. 3. Identifican las combinaciones de número primero, y luego colorean los brazos (los estudiantes rápidos).		

	para examinar las relaciones y buscar un patrón.	involucrados en el problema?
4. El uso compartido de ideas a. Utilizando una gráfica preparada en el pizarrón, el profesor asistente conduce a los estudiantes a compartir las combinaciones que encontraron con sus figuras de alien. b. Al identificar las combinaciones, el profesor asistente también levanta la combinación del número en una carta (preparada previamente) para hacer el visible el patrón.	El maestro 1 se pasea y comprueba el trabajo de los estudiantes. Cuando cierta combinación falta en la gráfica, el maestro 1 intenta encontrarla en el trabajo de algún estudiante.	
5. Sintetizando las ideas a. Los profesores ayudan a los estudiantes a identificar cualquier patrón hasta el final de la discusión.		

Anticipación a las respuestas estudiantiles

1. Los números son inversos para algunas combinaciones.
2. Cada columna tiene números del 1 hasta el 9 (10).
3. Cuando el número aumenta en una columna, decrece en la otra.
4. Cuando el número aumenta en una columna en una unidad, decrece en la otra en una unidad.

b. Discuten por qué surge un patrón. c. Identifican las combinaciones para hacer pedazos del número 10 y los patrones entre ellas.		
6. En resumen Con la lista en el pizarrón, con los comentarios de los estudiantes acerca de los patrones de las relaciones que notaron, los estudiantes escriben en sus cuadernos (o en hojas de papel) lo que hoy han aprendido, usando cualquier método que les sea usual para registrar (las palabras, los números, los dibujos, etc.)		¿Usan los estudiantes formas diferentes para expresar y registrar su aprendizaje?

6. Las Evaluaciones:

a) ¿Encuentra el estudiante más de una forma para descomponer el 10?

b) ¿Nota el estudiante un patrón numérico de las combinaciones para descomponer el 10?

c) ¿Usa algún estudiante su comprensión anterior de cantidades numéricas para abordar el problema de descomponer el 10?

d) ¿Trabaja el estudiante cooperativamente en una situación de grupo?

Tercer ejemplo

Ejemplo de un Formato de Plan de una clase a estudiar

El presente formato de plan de unidad ha sido desarrollado por el Grupo de Investigación de Estudio de Clases del Teacher Collage de la Universidad de Columbia, EE.UU. (Yoshida, M. et al. 2001).

Tabla 12.2: Modelo de plan de clases a cuatro columnas

La fecha:__________________ El grado: __________________

El período y la posición: ______________ El instructor: ______________

El nombre de la unidad:
(e.g., “Encontrando áreas de figuras geométricas”)

I. Plan de la unidad

- Meta (s) de la unidad: (i.e., Describa metas de la/lista de la unidad aquí).
- Cómo está esta unidad relacionada con el curriculum (Esquema descriptivo por niveles de enseñanza).
- La secuencia instruccional para la unidad:
  a) La fase (e.g., Cómo encontrar área de cuadrilátero). 2 lecciones.
  b) La fase II (e.g., Cómo encontrar área de triángulos rectos). 2 lecciones (ésta es lección 1 de 2)
  c) La fase III ________________# de lecciones
  d) La fase IV ________________# de lecciones

El nombre de la lección de estudio:
(e.g., “Encontrando la fórmula para el área de un triángulo”)

II. Planificación de la lección a estudiar

A. Meta(s) de la lección en estudio: (i.e., Describa aquí la lista de las metas)
B. Cómo se relaciona esta lección con la meta de estudio de la lección:
(i.e., Algunos párrafos descriptivos)

C. Proceso de la lección en estudio.

Los pasos de la lección: Aprendiendo actividades y preguntas claves.	Las actividades estudiantiles y las expectativas de reacción / respuestas.	La respuesta del maestro para las reacciones de los estudiantes /cosas para recordar	El (los) método(s) de evaluación
Esta matriz representa el centro del plan de la clase, y a menudo se expande en algunas páginas, 2 o más. Usualmente esta se desarrolla atendiendo a las partes de la clase (por ejemplo, introducción, presentación del problema, trabajo del estudiante, presentación de los estudiantes, resumen, etc.), y también puede incluir la extensión de tiempo estimado para cada una de estas partes.			

D) Evaluación

Con indicaciones acerca de la evaluación termina la estructura del plan.

Referencias

Miyakawa T. (2006). A study of “good” mathematics teaching in Japan. In Proceedings of the APEC International Symposium on Innovation and Good Practice for Teaching and Learning Mathematics through Lesson Study (pp. 119-132), 14-17 June, Khon Kaen, Thailand (http://home.kku.ac.th/crme/apec.htm).

MEXT (2000). Programas de Estudio Ministerio de Educación de Japón.

Yoshida, M., Sonal Chokshi, S. y Fernández,C. (2001). Grupo de Investigación de Lesson Study (lsrg@columbia.edu).

CAPÍTULO 13

Plan de Unidad y Anual

El presente capítulo ubica el plan de la clase en un plan de unidad y plan de estudio anual. La primera sección establece un paralelo entre los textos de estudio de Japón y los programas de estudio de Chile, dejando ver similitudes y diferencias que permiten apreciar regularidades que van ajustándose a las tendencias internacionales en educación matemática. Cabe señalar que ambos países han optado por aumentar las exigencias a sus alumnos, lo cual se reflejará en los programas a publicar en los próximos años. La segunda sección muestra la relación entre el Plan Anual, el Plan de Unidad y el Plan de Clases. Lo importante en esta vinculación es tomar conciencia de la importancia de tener metas de largo alcance y no sólo objetivos de aprendizaje para la clase. Por ende, más allá de fijar la atención en el cambio conductual a corto plazo es conveniente fijar la atención en la calidad de los procesos como mecanismo de evaluación. La tercera sección muestra dos ejemplos de planificación de unidad. Ambas planificaciones dejan en evidencia que no sólo importa la memorización sino también otros aprendizajes más profundos y significativos para el desarrollo del estudiante.

Temas:

1. Comparación de textos japoneses con los Programas de Chile
2. Relación entre el Plan Anual, el Plan de Unidad y el Plan de Clases
3. Ejemplos de Planes de Unidad

1. COMPARACIÓN DE TEXTOS JAPONESES CON LOS PROGRAMAS DE CHILE

A continuación se presentan cuadros comparativos entre dos textos japoneses y el Programa de Chile. Cabe señalar que en Japón, en el año 2000 se produjo una reforma, por ello la diferencia entre ambos textos japoneses, el primero es antes de la reforma. La comparación deja ver en qué niveles se abordan los contenidos relativos a Fracciones y Decimales en ambos países.

Tabla 13.1: Contenidos de textos japoneses y los Programas de Estudio en Chile

Texto	Editorial Tokio (1990 -)	Gakkoh Tosho (2000 -)	Programa Chile
3°	División como reparto, resto, minutos y segundos, recta e interpolación, signo igual. Algoritmo división, cuántas veces más grande, decilitro, decimal y entero, gramos y kilo, división por 8 y 9. Fracciones: partes fraccionarias, tamaño fracción.	Números al millón. Multiplicación 2 dígitos División con resto.	Situaciones de reparto equitativo y de medición que dan lugar a la necesidad de incorporar las fracciones.

4°	División, cuociente resto con 2 dígitos, sentencias y propiedades. Decimales; centésimos y milésimos, adición y sustracción decimales. Fracciones y cantidades, equivalentes, adición y sustracción. Decimales, multiplicación y división.	División decimales, centena denominador. Decimales, resto. Fracciones: partes de cinta, de litro, numerador y denominador, fracciones y decimales, mayores a 1, mixtos, propias e impropias, variaciones funcionales.	- Fraccionamiento en partes, iguales de objetos, de unidades de medida (longitud, superficie, volumen) con dobleces y cortes, coloreo. Reconstrucción entero a partir de las partes. - Lectura y escritura de fracciones: medios, tercios, cuartos, octavos, décimos y centésimos, usando como referente objeto, un conjunto de objetos fraccionables o una medida. - Uso de fracciones: en la representación de cantidades medidas. - Familias de fracciones de igual valor con apoyo concreto. - Comparación de fracciones usando gráfico y ubicación en recta graduada en enteros. - Problemas de fracciones: fracciones mayores que 1; uso de fracciones para escribir.
5°	Sistema decimal, producto y cuociente. Multiplicación de decimales. número de veces. División decimales. Ecuación a * x =b, a : x = b Múltiplos y comunes, factores. Fracciones adición y sustracción, simplificación, denominador común, fracciones y decimales, fracciones y división.	Decimales, adición, sustracción, multiplicación y división. Fracciones equivalentes, adición y sustracción. Fracciones y Decimales, mixta. Razón y Porcentaje.	- Reconocer la multiplicidad de formas que puede asumir un valor fraccionario. - Percibir la significación de las fórmulas, en tanto medio para expresar relaciones entre magnitudes variables. En situaciones de partición, reparto, medida - lectura y escritura; comparar y establecer equivalencias. - ubicar una fracción entre dos naturales, utilizando la recta numérica ordenar e intercalar fracciones. - Encontrar familia de fracciones equivalentes, adición y sustracción.
6°	Fracciones multiplicación y división. Razón y su valor. Reducción y ampliación. Proporcionalidad directa e inversa.	Múltiplos y divisores, común múltiplo. Fracciones, compara con decimal, adición y sustracción. Unidad de medida: rapidez, media. Fracciones multiplicación y división. Ecuaciones. Reglas. Proporción, proporcionalidad directa.	Divisibilidad. Fracciones: - Multiplicación y división de fracciones en situaciones habituales. - Relaciones entre factores y productos y entre los términos de una división y el cuociente en diferentes casos, cuando intervienen cantidades menores que 1. - Cálculo del 50% y del 25% como la mitad y la cuarta parte de una cantidad. Expresión del 50%, del 25% como 50/100, 25/100; y como 0,5 y 0,25 respectivamente. Unidades del sistema métrico decimal. Números decimales. Extensión a décimos, centésimos y milésimos. Transformación de fracciones y decimales. Adición y sustracción de decimales.

Si se atiende al concepto de fracción como “parte de un todo o de la unidad”, se observa que tanto en Chile como en Japón se dejó el inicio de las fracciones para 4º básico.

Tabla 13.2: Inicio de las fracciones en textos de Japón y Programas de Chile

Texto	Editorial Tokio (1990 -)	Gakkoh Tosho (2000 -)	Programa Chile
3º	Fracciones: partes fraccionarias		
4º		Fracciones: partes de cinta	Fraccionamiento en partes, iguales de objetos

Si se atiende al concepto de “fracciones equivalentes” y a la “operatoria de fracciones”, se observa que en Chile se enseña a “sumar fracciones con distinto denominador” en 5º básico, en cambio en Japón se hace en 4º básico.

Tabla 13.3: Suma de fracciones en textos de Japón y Programa de Chile

Texto	Editorial Tokio (1990 -)	Gakkoh Tosho (2000 -)	Programa Chile
4º	Fracciones equivalentes, adición y sustracción.		
5º		Fracciones: equivalentes, adición y sustracción	Fracciones: equivalentes, adición y sustracción
6º	Fracciones multiplicación y división	Fracciones multiplicación y división	Fracciones multiplicación y división

Si se atiende a la relación entre fracciones y decimales y la operatoria con decimales, se observa que en Chile la enseñanza es más tardía. En Chile, el ajuste curricular pronto a implementarse se enseñará decimales desde 5º.

Tabla 13.4: Introducción a los decimales en textos de Japón y Programas de Chile

Texto	Editorial Tokio (1990 -)	Gakkoh Tosho (2000 -)	Programa Chile
4º	Decimales, adición, sustracción, multiplicación y división.		
5º	Fracciones y decimales	Fracciones y decimales Decimales, adición, sustracción, multiplicación y división.	
6º			Fracciones y decimales Adición y sustracción de decimales.

En Chile los profesores dicen que no alcanzan a trabajar los CMO y ahora el ajuste curricular se vuelve más exigente. Por ejemplo, el Marco Curricular proponía trabajar las fracciones en 4º, 5º y 6º y empezar con los decimales en 6º. En cambio el ajuste curricular establece que se inicie el estudio de los decimales en 4º, manteniendo la iniciación a las fracciones en 4º también. Frente a ello, parece adecuado apoyar a los profesores con sugerencias para el trabajo integrado de la división, los decimales y las fracciones, teniendo en vista las exigencias y modos de trabajo propuestos en escuelas exitosas con estudiantes comunes en un país desarrollado, como en el caso de las estrategias de enseñanza y la estructura curricular de Japón.

Entre las sugerencias para el mejoramiento de los niveles de aprendizaje de la matemática en Chile, el Gobierno procura la implementación del ajuste curricular, articula la formación continua de docentes y favorece la construcción de textos escolares de calidad. En estas iniciativas las lecciones centradas en la resolución de problemas, el estudio de clases, los textos escolares de países exitosos como Singapur y Japón han sido importantes referentes . El acceso a videos y video-clips de clases y secuencias de clases traducidas al español son de alta relevancia para reflexionar en torno al mejoramiento de las prácticas de enseñanza.

Para reflexionar:

a) ¿Qué puede concluir de los cuadros comparativos?

b) ¿Por qué cree que no alcanzamos a trabajar los CMO en Chile?

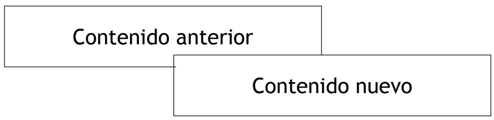
c) ¿Qué apoyo le gustaría recibir para mejorar, ser más eficiente y obtener mejores resultados?

2. RELACIÓN ENTRE EL PLAN ANUAL, DE UNIDAD Y DE CLASES

El *plan anual* de clases es de responsabilidad de los profesores y constituye una herramienta que conecta las aspiraciones declaradas en las orientaciones del Ministerio y de la escuela con la realidad de los alumnos del curso o nivel en que se prepara la actividad. En Japón, este plan se confecciona a partir de la Guía de Orientaciones para la Enseñanza y debe conciliar el logro de los aprendizajes de los alumnos ligados a la comprensión de los contenidos del currículo, como el desarrollo de las habilidades de pensamiento, como razonamiento, creatividad y resolución de problemas.

La expectativa es que los contenidos estén traslapados en el plan anual, de modo que haya conexión entre ellos, pero una “**conexión con engrudo**”,lo cual favorece la comprensión de los contenidos y del razonamiento por parte de los alumnos. La idea es que los alumnos establezcan conexiones y tengan la oportunidad de construir el conocimiento a partir de los temas ya aprendidos. A simple vista esta exigencia es una sugerencia no esencial, sin embargo, en realidad es un principio central y de alta eficiencia pragmática de la pedagogía japonesa en la enseñanza de la matemática.

“conexión con engrudo”



La elaboración del *plan de la unidad*, o bien su adaptación a partir de la experiencia en años anteriores, obedece al mismo criterio de traslapo arriba descrito, teniendo además en consideración el nivel y las necesidades de cada niño en la clase. Por ejemplo, si se contempla la planificación de la enseñanza del algoritmo de la multiplicación en el tercer grado de escolaridad, se tendrá que mirar cómo el tema está asociado a conocimientos ya adquiridos por los alumnos y a aquellos por estudiar en el futuro. En este caso, entre los conocimientos que requerirán tener adquiridos, se tiene el concepto de multiplicación, las tablas de multiplicar, la adición y su forma vertical y la estructura del sistema de numeración decimal (ubicados con antelación en el currículo).

En la práctica se retoma en varias oportunidades un mismo contenido, aunque con propósitos y profundidad distinta. En la tradición japonesa, no difiriendo de las tendencias internacionales, la enseñanza de la matemática se ajusta al modelo de enseñanza *espiral*, en donde las unidades de enseñanza son subdivididas para permitir el traslapo de contenidos. Por ejemlo, la multiplicación de números naturales es tratada en al menos dos etapas, una en segundo básico (el concepto y las tablas) y otra en tercero básico (el algoritmo vertical). Además, en cuarto básico se continúa el estudio de la multiplicación con el desarrollo de estrategias de cálculo mental aprovechando las propiedades de las operaciones y las características del sistema de numeración decimal, y se continúa con la multiplicación de números decimales y fracciones más adelante.

El estudio de cada tema se integra con otros temas, por ejemplo el ámbito de los números se conecta con el estudio de las mediciones y las magnitudes, como también con nociones de estadística y geometría. Ello no significa que se traten todos los temas de manera simultánea, sino que se vuelven a retomar en nuevos contextos. La organización de los temas de enseñanza además permite que los alumnos desarrollen su capacidad de pensar y al mismo tiempo la apreciación de la matemática, el deleite ante los desafíos logrados y la adquisición de concepciones más ajustadas a su comprensión de la realidad.

Ejemplo de un Plan Anual creado para permitir a los profesores la enseñanza espiral (Cuarto Grado)

La Tabla 13.5 muestra la articulación del tratamiento de varios temas con el de la división en cuarto grado por medio del enfoque espiral. En efecto, en la Tabla se observa que a fines del primer mes de clases, en abril en Japón,

Tabla 13.5: Esbozo de plan anual

<table>
<tr><th>Mes</th><th>Tema</th><td rowspan="6">En seguida, tras el estudio de temas de Estadística, que les permiten hacer uso de los conocimientos adquiridos sobre la división y que a la vez requieren del concepto de división, en el mes de julio se retoma la división. Esto es, el tema central de cuarto grado, la división, es articulado con otros contenidos del currículo en la medida que el tratamiento de tales temas se hace posible y los contenidos se enriquecen al profundizar en el tema de la división, abriéndose nuevos ámbitos para la aplicación y el aprendizaje.</td></tr>
<tr><td>Abril</td><td>Números Grandes
Estructura de los enteros</td></tr>
<tr><td>Mayo</td><td>La forma vertical de división
Estructura de los enteros</td></tr>
<tr><td>Junio</td><td>Círculo
Esfera
División con decenas y centenas
Propiedades de la división
Organización de tablas
Organización de la información</td></tr>
<tr><td>Julio</td><td>División con cociente de decenas
Centenas divididas en unidades
¿Qué tipo de fórmula usar?</td></tr>
<tr><td>Sept./ Oct.</td><td>División por decenas 1)
División por decenas 2)
Ángulo
Propiedades de la división</td></tr>
</table>

en el cuarto grado se introduce la forma vertical de la división y, luego en junio, tras estudiar el círculo y la esfera, se retoma la división, en este caso con decenas y centenas.

Los **Planes de clases** se ajustan al plan anual y al plan de unidad, en ellos se tiende a recuperar ideas que la experiencia y la literatura- textos o reportes- han demostrado ser de utilidad. Usualmente los planes promueven el uso de materiales y métodos de enseñanza de comprobada eficacia, sin que por ello se limite a la creatividad y la postulación de nuevas hipótesis que favorecen la innovación. En general los planes son consecuentes con los principios y tendencias de la educación matemática establecidas en las normas ministeriales y la literatura especializada. En este sentido, el plan debe orientar al docente en la implementación de verdaderas actividades matemáticas, en el fomento de habilidades matemáticas en los alumnos, en la inclusión de actividades agradables y de interés para el alumno, y en la utilización de una evaluación que favorezca el mejoramiento de la enseñanza.

Como habrán notado existe una relación y coherencia entre el Plan Anual, el Plan de Unidad y el Plan de Clases. En ellos existe un encadenamiento de los contenidos que aparte de emplear la “conexión con engrudo” y a la “enseñanza espiral”, considera que en cada una de sus planificaciones siempre surjan en los estudiantes preguntas, crean oportunidades en la que los alumnos experimenten el proceso de pensar en el cálculo y disfrutarlo, desarrollar actividades matemáticas creativas que motiven la búsqueda, encuentro y explicación de regularidades, además de actividades matemáticas avanzadas.

Para reflexionar:

a) ¿Qué es el Plan de Unidad y el Plan anual?

b) ¿Cuál es la importancia del Plan de Unidad en el Estudio de Clases?

c) En relación a la “conexión con engrudo” y a la “enseñanza espiral”. ¿Qué beneficios le atribuye? ¿En sus clases aplica estas estrategias? Comente.

3. EJEMPLOS DE PLANES DE UNIDAD

A continuación se presentarán dos ejemplos concretos de Plan de Unidad, uno de un profesor japonés y otro de un grupo de Profesores de EE.UU.

Planificación de Unidad del profesor Hideyuki Muramoto

La presente planificación de unidad corresponde al profesor Hideyuki Muramoto de la Escuela Elemental Maruyama de la ciudad de Sapporo (3º grado).

Tema:

Enseñar "el Algoritmo de la Multiplicación" de manera que desarrolle estudiantes que puedan usar lo que aprendieron antes para resolver problemas en nuevas situaciones de aprendizaje haciendo conexiones.

Metas de la Unidad:

- Tratar de pensar sobre cómo calcular la multiplicación de números 2 o 3 dígitos por 1 dígito usando las ideas sobre la multiplicación que aprendieron previamente (cálculos con números de 2 o 3 dígitos por 1 dígito utilizando la idea de descomposición de números en sistema decimal de base 10).
- Ser capaces de hacer el cálculo de números de 2 o 3 dígitos por 1 dígito usando el algoritmo.

Tabla 13.6: Planificación de una Unidad (con un total de 13 clases)

Actividades de Aprendizaje
Clase 1: .... ¿Cuántos puntos hay? .... ¡Descubrámoslo por el cálculo! Porque tenemos 3 grupos de 20 círculos. Me pregunto si puedo usar la multiplicación para hacer el cálculo... 20 X 3 20 + 20 + 20 20 son dos decenas. Podemos descubrir cuántas decenas hay usando 2 x 3
Clase 2: Pensemos en la historia del problema asociado a la frase matemática 20 x 3 "Cada chocolate cuesta 20 yenes. Compramos tres ¿Cuál es el precio total"
Clase 3: Si el precio de un ítem es 300 yenes, entonces cuál es la frase matemática? 300 x 3 Esta vez podemos pensar acerca de cuántos grupos de 100 hay. Podemos descubrir cuántas centenas hay usando 3 x 5
Clase 4: .... ¿Cuántos puntos hay? .... ¡Descubrámoslo por el cálculo! .... Esta vez un grupo tiene 23 círculos. Aproximadamente son 60 círculos. La frase matemática debiese ser 23 x 3. No podemos calcular fácilmente usando esta tabla de multiplicar. Si dividimos 23 en partes más pequeñas entonces podríamos usar la tabla de multiplicar. Podemos usar un algoritmo (método de cálculo con papel y lápiz) para calcular. 9 x 3, 9 x 3 , 5 x 3 Juntos, dan 69. 10 x 3, 10 x 3, 3 x 3 Juntos, dan 69. 20 x 3, 3 x 3 Juntos, dan 69. ¿Cuál de estas ideas es más fácil calcular? Todas las ideas usan la idea de dividir 23 en partes más pequeñas.

Clase 5: Descubramos cómo calcular usando el algoritmo (método de cálculo con papel y lápiz) Pensar el 23 como 20 y 3. Poner juntos 3 x 3 y 20 x 3 Hacemos el cálculo usando las tablas de multiplicar 23 x 3 69
Clase 6: .... ¿Cuántos puntos hay? .... ¡Descubrámoslo por el cálculo! La frase matemática es 16 x 4. Debe ser mayor que 40. Parece ser más que 40 . Podemos hacer este cálculo dividiendo 16 en 10 y 6 como lo hicimos antes. Hagamos este cálculo usando el algoritmo.
6 x 4 = 24 No podemos escribir 24 en un lugar. Me pregunto cómo debo escribir el número ... Podemos escribir el 2 del 24 en el lugar de las decenas.
Clase 7: Hagamos muchos problemas de □□x □ Pensemos todos los problemas usando el algoritmo Algunas de las respuestas dan números de 3 dígitos. Existen respuestas donde en el lugar de las decenas da 0. Hay problemas que implican reagrupar dos veces.
Clase 8: El precio de 1 metro de cinta es 312 yenes. Compramos 3 m. de cinta. ¿Cuánto costó la cinta? ¿Cuál sería la respuesta estimada? Debería ser más de 900 yenes La frase matemática es 312 x 3. Me pregunto si puedo usar el algoritmo otra vez para este... Si dividimos 312 en pequeñas partes, podemos hacer el cálculo 300 x 3, 10 x 3 , 2 x 3. Juntos dan 936
Clase 9: Hagamos muchos problemas de □□□ x □ Hago un problema donde la respuesta da un número de 4 dígitos Hago un problema que implica reagrupar
Clase 10: Practiquemos calculando con el algoritmo
Clase 11: El precio de un queque es 60 yenes. Hay 4 queques en cada caja. Si compramos dos cajas, ¿cuál será el precio total? Pienso que necesitaremos dos frases matemáticas para resolver este problema. Primero, encontraremos el precio de una caja. 60 x 4 = 240. Tenemos dos cajas de 240 yenes, 240 x 2 = 480. Primero, encontraremos el número total de queques, 4 x 2 = 8. Un queque vale 60 yenes, así que 60 x 8 = 480. Podemos comenzar a calcular de cualquier manera
Clase 12: Practiquemos
Clase 13: Revisemos lo que hemos aprendido en esta Unidad

Planificación de Unidad de Utica

El presente plan de unidad fue elaborado en el marco del Estudio de Clases sobre fracciones para 5º grado realizado por la Comunidad de Colegios de Utica, en Michigan. Esta lección se originó frente a las debilidades que se observaban en los alumnos de la escuela con respecto a resolución de problemas y el uso de las fracciones.

Nombre de la Unidad: Fracciones en 5º grado

Objetivos de la Unidad: Los alumnos serán capaces de:

– Identificar regiones y partes de un entero

– Formar fracciones equivalentes y encontrar el denominador común

– Comparar y ordenar fracciones

– Adicionar y sustraer fracciones con igual y distinto denominador

– Resolver la incógnita en / 4 + x = 7 / 12

– Multiplicar fracciones usando un modelo de área

– Dividir fracciones por un entero y un número entero por una fracción

La investigación del Estudio de Clases se centró en la capacidad de hacer conexiones entre la matemática y el mundo que les rodea desarrollando las destrezas de resolución de problemas en los estudiantes.

El Plan de Aprendizaje para la Unidad. Conexión con los estándares y con los aprendizajes anteriores y los subsiguientes a la unidad:

Cuarto:

- Factores y múltiplos.
- Fracciones como parte de un conjunto de objetos.

Quinto:

- Entender una fracción como una indicación de división y representar facciones con dibujos.
- Expresar dos fracciones como equivalentes con pequeños denominadores usando el modelo de área.
- Adicionar y sustraer fracciones con distintos denominadores.
- Resolver problemas en palabras referidos a encontrar sumas y diferencias de fracciones con igual denominador usando el conocimiento de fracciones equivalentes.

Sexto:

- Entender la división de fracciones como el inverso de la multiplicación.
- Escribir una proposición matemática para representar una situación aplicada referida a dividir fracciones.

Multiplicar y dividir cualquier par de fracciones, incluyendo números mixtos.

Tabla 13.7: Secuencias de clases de la Unidad

Clases	Contenido	Puntos a resaltar y evaluar	Materiales y estrategias
1. Conciencia de fracción	Nombrando las partes del entero	Concepto de un entero. Sólo partes iguales	Manipulativos: círculos fraccionados, barras, tangrama, etc.
2. Fracciones equivalentes	Nombrando fracciones equivalentes	Partes de diferente tamaño y misma región	Manipulativos de arriba
3. Comparando y ordenando.	Entendiendo las relaciones entre partes fraccionarias	Mayor que, menor que	Algunos manipulativos disponibles, Sitios WEB interactivos
4. Adición de fracciones	Adicionar fracciones para crear una nueva región	Denominadores comunes	Lo mismo que arriba
5. Substrayendo fracciones	Sustracción de fracciones para crear una nueva región.	Denominadores comunes	Lo mismo que arriba
6. Multiplicación de fracciones	Multiplicación	Modelo de área	Papel gráfico
7. Resolución de problemas con fracciones	Todas las operaciones con fracciones	Estrategias de resolución de problemas	Todas las de arriba

Luego explican el flujo de la unidad que llevará a los estudiantes a moverse desde la comprensión actual, motivación y las destrezas para los resultados deseados: de lo concreto a lo abstracto, etc.

Posteriormente viene el plan de la clase a investigar con la descripción de los objetivos de la sesión, el proceso de aprendizaje esperado y puntos relevantes de lo que se va a evaluar y se termina con el informe que incluye reflexiones sobre la clase.

Para reflexionar:

a) ¿En qué difieren y qué tienen en común las dos planificaciones de unidad?

b) ¿En que difieren esos modelos de planificación a lo que usa en su establecimiento?, ¿a cuál se parecería más y por qué?

c) ¿Cuál es el uso dado a la planificación en el establecimiento escolar en que trabaja? ¿En qué sentido podría mejorar?

Referencias

Hironaka, H. y Sugiyama, Y. (2006). Mathematics for Elementary School 2 A a 5 B. Tokyo Dhoseki. Tokyo.

Isoda, M. y Olfos, R. (2007). El Estudio de clases y las demandas curriculares. La Enseñanza de la Multiplicación. Ediciones Universitarias de Valparaíso. Valparaíso.

Isoda, M., Arcavi, A. y y Mena (2007). El Estudio de Clases japonés en Matemáticas. Ediciones Universitarias de Valparaíso.Valparaíso.

MINEDUC (2003). Programas de Estudio de Tercero y Cuarto Básico. Ministerio de Educación de Chile. Santiago.

MINEDUC (1998). Programas de Estudio de Quinto Básico. Ministerio de Educación de Chile. Santiago.

Nara, T. Ed. (2007). Study with your Friends Mathematics for lementary School. 2nd to 5th grades. Gakkoh Tosho, Co.Ltd. Tokyo, Japan.

Utica Lesson Study Team (2005). 5th grade Fraction Lesson, recuperado el 20/9/2008 de www.misd.net/lessonstudy/reports/utica55.pdf.

Yoshida, M., Chokshi, S. y Fernandez, C. (2001, Simple Study Lesson Plan Format. Extraido de www.tc.columbia.edu/lessonstudy/tools.html.

CAPÍTULO 14

Video Clips: Análisis de una Secuencia de Clases

Este capítulo final e integrador ofrece una mirada holística y otra sintética en torno al desarrollo de una secuencia de tres clases realizadas por el profesor Takao Seiyama en la Escuela Anexa de Tsukuba en Tokio.

Las reflexiones están respaldadas por los videos de las tres clases y una selección de video clips, todos incluidos en el DVD adjunto al presente libro. Junto a los análisis de las clases, se incluyen notas de las discusiones en torno a ellas. El capítulo se inicia con una entrevista al profesor Seiyama acerca de la intención de esta secuencia de clases.

Sin dudas el profesor que tenga la posibilidad de adentrarse en estos videos, aprenderá muchísimo acerca de la gestión de la clase de matemáticas japonesa, en la modalidad de discusión, bajo el enfoque de resolución de problemas, y por sobre todo, los disfrutará.

Temas:

1. Entrevista al profesor en relación a la secuencia de clases
2. La Clase 1: Estrategias para Multiplicar
3. La Clase 2: Estrategias para Multiplicar
4. La Clase 3: Estrategias para Multiplicar

1. ENTREVISTA AL PROFESOR EN RELACIÓN A LA SECUENCIA DE CLASES

¿Cómo estructura las clases?

Respuesta: Hay clases en las que no ocupo el formato típico de enseñanza japonés, en el que se presenta un problema, los alumnos discuten, presentan sus avances y el profesor recapitula. Si una unidad tiene 3 semanas, 9 clases de 50 minutos, hay que tratar un concepto y hay que dar tiempo para que los alumnos refuercen y dominen ese concepto. El profesor Hosomizu ha mostrado que es posible transformar una clase de ejercitación, destinada a la consolidación de un concepto, en una clase de resolución de problemas.

Yo identifico tres maneras de hacer clases según el nivel de avance de una unidad. La primera forma se adapta a la introducción de un contenido nuevo, En esa clase el concepto nuevo es desarrollado mostrando material concreto a los alumnos. Ellos preguntan y hacen uso de los conocimientos ya adquiridos. Los niños sienten la necesidad de aprender algo nuevo y ese es un buen momento para que el profesor enseñe el nuevo concepto

El segundo formato para hacer la clase se adapta a la planificación de una clase que tiene por intención la consolidación del concepto, en la que los alumnos refuerzan los procedimientos para adquirir dominio del contenido. Con respecto a este segundo formato, yo prefiero un formato de clase atractiva que desafíe a los estudiantes. Pues si bien los alumnos tienen que ejercitar lo aprendido en la clase anterior, esos ejercicios pueden ser realizados en el contexto de nuevos problemas. Bajo ese formato de clase yo dirijo la discusión y los alumnos van aportando al diálogo. Este formato funciona mejor con grupos de alumnos intelectualmente inquietos e interesados por su aprendizaje en matemática. La tercera forma de hacer clases se adapta a las clases que tienen por intención aplicar lo aprendido.

¿Cuál era el plan para estas tres clases?

Respuesta: Por un lado, considero importante que los alumnos aprendan a ver los números de diversas formas. Por ejemplo ver que 99 es 100-1, que 29 es 100-71 y 29 es 102-73. Por otro lado, es importante fijar el cálculo vertical de la multiplicación en los alumnos de tercer grado. Esto es posible en el caso de los estudiantes de la Escuela Anexa de la Universidad de Tsukuba, puesto que están bastante avanzados y se puede hacer con ellos en tercer grado una clase referida a estrategias de cálculo, lo cual sería mejor hacerlo en cuarto o quinto grado en otras Escuelas. Con este grupo curso ya hemos terminado las materias del año y podemos continuar con este tema optativo. En este caso planifiqué una secuencia de tres clases.

¿Aparece el objetivo o el plan de estas tres clases en los textos escolares?

Respuesta: El objetivo de estas clases aparece en alrededor del 70% de los textos, ya que es un tema complementario acerca de la enseñanza de la multiplicación, que no es exigido en el currículo actual. Sin embargo era un tema del curículum anterior y volverá a ser un tema obligatorio en los Programas para los años venideros en Japón, ya aprobados por el Ministerio de Educación. Este tema sobre "estrategias de cálculo para multiplicar" lo trato en tercer grado porque en cuarto, según los programas de estudio, se debe trabajar la división.

En cuarto grado, con el tratamiento de la división es posible desarrollar estrategias para multiplicar como la siguiente: 28 x 25 es (28 : 4) x (25 x 4), donde la multiplicación se facilita con la utilización de los números redondos (7 x 100). Sin embargo este tema no está incluido en el currículo japonés actual.

¿Qué plan de clases o formato eligió para realizar estas clases?

Respuesta: Tras la introducción del tema, opté por un formato de práctica desafiante, atractivo para los alumnos. Algunos maestros enseñan apoyados en libros de ejercicios, pero a mí me interesan los ejercicios entretenidos para que a los niños les guste la matemática. Si los niños sienten que se están divirtiendo en clases, seguirán estudiando fuera de la clase y aprenderán más.

Japón se ha distinguido por ser un país en el que los alumnos aprenden bien la matemática, pero han aprendido sin que les guste. Nosotros en la Escuela hemos cambiado la forma de enseñar, para que además de aprender, los niños adquieran el gusto por aprender matemáticas. Los niños deben ejercitar para fijar los aprendizajes, pero nosotros los profesores, como profesionales, nos preocupamos de que además de aprender, les guste la matemática. Esa es la intención de mis clases.

¿Cómo los niños que les cuesta la matemática perciben estas clases?

Respuesta: El profesor tiene que saber qué contenido es problemático para el niño. Por ejemplo, si un niño que tiene dificultades en la división, puede deberse a que no domina bien la multiplicación. En ese caso, en nuestra escuela el profesor le hace una tutoría y así el alumno se pone al día hasta llegar a hacer ejercicios con el grupo curso. El profesor debe saber qué pasa con el alumno, dónde están sus dificultades.

Además, debemos tener en cuenta que en Japón muchos alumnos, ya desde cuarto grado, van por las tardes a los institutos donde los niños ejercitan las materias y a veces estudian los temas antes de que sean tratados en la clase. Un alumno promedio puede asistir de 3 a 6 horas a la semana en las tardes para reforzar lenguaje, ciencias y matemáticas. Así, probablemente alrededor de la mitad de los niños en Japón tienen en estos institutos clases particulares al menos una hora semanal de matemáticas. Lo que en cierta medida complejiza la tarea del profesor que debe enseñar a un grupo de alumnos con niveles de conocimientos distintos.

Usualmente constato que en mis clases algunos alumnos saben la materia antes de que sea tratada en clases. Yo intento que esos alumnos no afecten el descubrimiento en sus compañeros y prefiero darles la palabra después que al resto del curso.

¿Cuál es el plan de esta secuencia de clases?

Respuesta: El objetivo es que los alumnos conozcan y se les ocurran nuevas estrategias de cálculo, que “consideren cómo calcular multiplicaciones con dos dígitos”. En la primera clase se ofrece una historia en el contexto de un cine. Se desea comprar entradas numeradas de modo que 360 alumnos de la escuela se ubiquen en algunas filas en un arreglo rectangular. Se solicita que digan cómo se pueden formar los arreglos rectangulares de butacas del cine. La proposición inicial es de 24 x 15. Aparecen varias respuestas de los alumnos: 12 x 30, 6 x 60, 1 x360 y 48 x 7,5. El profesor espera que los alumnos puedan explicar por qué están bien esas proposiciones. Se constata que los resultados se generan a partir de duplicaciones de uno de los números y división por 2 del resto. En la primera clase los alumnos descubren que los distintos arreglos rectangulares son modelados por un producto constante.

En la segunda clase, continuando la primera, el profesor busca que los alumnos extiendan sus ideas, que dividan y multipliquen por 3 y otros números, y no sólo piensen en duplicar. El profesor presenta un segundo arreglo rectangular, 28 x 25, esperando que los alumnos generalicen las estrategias desarrolladas en la clase anterior: "dividir y multiplicar por un mismo número".

En la tercera clase el foco está dado a la comunicación y verbalización, promoviendo dos discusiones. La primera discusión se da en torno al producto "28 x 25" y la pregunta es ¿con cuáles de los números se obtiene un producto más fácil de calcular? (la repuesta es 7 x 100). La segunda discusión se da en torno al producto "48 x 25". En este caso la pregunta es ¿cómo podemos construir fácilmente esos números, los productos? (la respuesta es "multiplicando y dividiendo por un mismo número"). Las siguientes secciones describen en detalle las tres clases a las que se refiere la entrevista.

2. LA CLASE 1: ESTRATEGIAS PARA MULTIPLICAR

En la clase 1 se introduce la situación problema en el contexto de reserva de butacas en un teatro.

Los momentos de la Clase

Tabla 14.1: Estrategias de Multiplicación 3er Grado. Prof.: Takao Seiyama
Enero 19, 2008. Escuela Anexa de Tsukuba, Tokio, Japón. Clase 1 de 3

Tiempo	Largo	Episodio
0:58:07	2:40:03	**INTRODUCCION [6min 33 seg]** El profesor solicita a los alumnos que comenten entre ellos la clase previa, les otorga 3 minutos, enfatizando que así practican la explicación del problema. El profesor pide que algún alumno explique.
3:38:10	3:00:07	**"Hay 24 filas y 15 columnas**. Luego cambiamos el número a 12. Doce es la mitad de 24". Alumna explica en la pizarra, al final sus compañeros la aplauden.
6:38:17	0:18:44	**"El escenario. La pantalla de un cine"** responden los niños cuando el profesor pide que le indiquen cómo lo pensaron concretamente, qué situación usaron.
6:57:01	0:34:07	**"En el teatro, se sientan 24 personas frente al escenario…"** el alumno Ayane explica con sus palabras, y comenta que él escribió estas frases de la situación.

7:31:08	0:20:59	**ACTIVIDAD INTRODUCTORIA DE LA CLASE [0 min 55seg]** Pensar acerca de cómo calcular el total de columnas, si hay 12 personas en cada fila.
7:52:07	0:33:57	Alumna Megumi explica otra manera de enfrentar este problema: “Este año pude reservar sólo 12 filas frente al escenario, entonces ¿cuántas columnas tengo que reservar?”
8:26:04	0:06:57	**DISCUSIÓN [primera mitad: 05 min 16 seg]** **El profesor** comienza la discusión preguntando: ¿Cuántas columnas serán?
8:33:01	0:19:03	**Niña responde: “30”** Los demás niños aprueban este resultado.
8:52:04	1:11:06	**Explicación con papeles cortados:** Alumno mueve la mitad del papel y lo posiciona hacia atrás del “escenario”, y confirma con el esquema las 30 columnas.
10:03:10	0:41:10	**¿Cómo obtienen “30” mediante el cálculo?** A esta pregunta del profesor Yuta contesta “Hicimos 24:2=12 por eso 15x2=30”
10:44:20	0:57:42	**¿Entienden lo que él dice?** El profesor pide que quien lo entendió, primero escriba en su cuaderno, y luego lo explique de nuevo a la clase, e insiste en que den las razones de por qué la multiplicación por 2 y por qué la división por 2.
11:42:02	1:28:14	**“No cambia el número total de personas”** es la explicación de un niño a la pregunta del profesor sobre las razones de por qué “x2” y por qué “÷ 2”, “¿es una casualidad?”
13:10:16	0:36:59	**El profesor anota en pizarra “No cambia el número total”,** y comenta “Es muy importante”. Mientras la alumna explica en la pizarra.
13:47:15	0:19:05	**Lo sugerido por los alumnos que explicaron lo recapitula el profesor:** las personas que están en una fila ahora son la mitad entonces la otra parte se duplica y por ello hay que multiplicar por 2.
14:06:20	0:45:04	**ACTIVIDAD DE LA CLASE [13 min 27 seg]** “A partir de aquí sigamos adelante”. Hoy día **buscaremos otras expresiones para la misma situación.**
14:51:24	0:34:55	**¿Cómo encontramos 6x60?** Los niños indican la expresión “6x60”, y el profesor establece la pregunta.
15:26:19	1:09:48	**“Primero expliquen a sus compañeros más cercanos”.** El profesor pide que expliquen cómo encuentran nuevas expresiones y solicita que lo hablen entre ellos. Los niños dialogan.
16:36:07	0:13:20	**“12 dividido en 2 y al otro lado la multiplicación”** explica el alumno Kauro.
16:49:27	1:59:41	**¿Quién tiene la misma idea?** (Profesor pide explicar cómo se cambia de 12x30 a 6x60 y muestra los esquemas) Alumno Kai sale explica saliendo a la pizarra y mostrando esquemas.
18:49:08	0:05:05	**¡Quiero decir las siguientes expresiones!** Exclaman los alumnos.
18:54:13	2:26:58	**Profesor sintetiza lo explicado por Kai** y usa el esquema para 6x60
21:21:11	2:04:57	**Escriban sus ideas en sus cuadernos:** ¿Qué expresión? ¿Cuál esquema?, todo lo posible… señala el profesor y pasea por la sala, chequea cuáles niños han escrito sus ideas, quiénes saben cómo hacerlo y quienes aún no lo saben.

23:26:08	1:22:11	**“Tengo una pregunta profesor”**: algunos alumnos discuten la división de 15 en 2, otro sostiene 7,5 como resultado. El profesor se acerca y acuerda que “No se puede cortar la persona”.
24:48:19	1:38:53	**¿Quién quiere más tiempo?**
26:27:12	0:19:54	**Faltan 10 minutos para terminar la clase**, advierte el profesor al curso.
26:47:06	0:21:04	**Pista:** El profesor indica que si observan bien los papeles blancos pueden obtener una pista para encontrar expresiones nuevas.
27:08:10	0:25:10	**Todos juntos digan la expresión,** los niños dicen “3x120”
27:33:20	0:14:56	**PROGRESO MEDIANTE DISCUSION: Profesor pregunta la razón de la expresión 3x120**
27:48:16	0:38:47	**“multiplicando” y “multiplicador”** son las palabras que utiliza un alumno para explicar.
28:27:03	1:00:26	**¿Existe una sala tan grande?** Tres personas y 120 columnas
29:27:29	0:23:42	**Profesor indica “aquí :2, :2, :2, :3 … ¿Qué raro, no? x2, x2, x2 , x3 … ¿Está bien?”**
29:51:11	0:19:04	**OTRA EXPRESION [3 min 35 seg]** Un niño sugiere una nueva distribución, **1x360**
30:10:15	0:30:46	**“¿Por qué me parece interesante?”** exclama el profesor.
30:41:01	0:25:25	**“Siguen bastantes personas, hasta la otra ciudad”** indica la alumna Natsuko apuntando los esquemas en la pizarra.
31:06:26	1:19:47	**En este caso se usó el 3 para dividir y para multiplicar,** destaca un alumno.
32:26:13	1:00:15	**Se puede usar cualquier número no sólo el 2** confirma el profesor.
33:26:28	3:11:55	**OTRA EXPRESION [9 min 05 seg]** Kyoji propone **48x7,5**
36:38:23	1:08:56	**Profesor recapitula la idea de Kyoji**, y escribe en los papeles para las expresiones 48x7,5
37:47:19	2:49:54	**¡No! ¡No! ¡No quiero ser asesino!**
40:37:13	1:55:06	Alumno explica su idea **“Hasta 7ma columna se pueden sentar 48 personas y en 8va columna se sientan 24 personas”**
42:32:19	0:44:03	**RESUMEN [1 min]** Si se cambia el número de la columna no se forma el rectángulo.
43:16:22	0:00:40	Llegamos hasta aquí. Salió la idea de 7,5, mañana seguimos.
43:17:02	0:30:12	**Terminamos**
43:47:14	0:06:04	**FIN y CRÉDITOS**

Los episodios de la clase

Tabla 14.2: Los episodios de la primera clase

Descripción del Video Clip	**Tema y duración**
En esta clase, el profesor Seiyama solicita a los alumnos resumir el trabajo de la clase anterior en la que se trabajó con la ecuación 24x15= 12x ___ Niños explican que la expresión 24x15 representaba 24 filas con 15 columnas de personas en un cine, un escenario, una sala grande. Otro alumno explica que 24 personas se sientan frente al escenario. El video clip muestra una primera explicación en la pizarra.	El Problema de la clase anterior (video 1 de 8): Empieza 3:49, duración 2:40
El Sr. Seiyama les insta a pensar en cómo calcular el total de columnas, si ahora hay 12 personas en cada fila. Una alumna responde 30, la respuesta es acogida y aprobada por sus compañeros. Luego un alumno explica con los esquemas recortados, los posiciona correctamente en la pizarra y confirma las 30 columnas.	Explicación de 12x30 con esquemas recortados (video 2 de 8): Empieza 08:26, duración 1:37
Tras la explicación de un alumno, el profesor pregunta si entendieron la explicación del compañero. Les pide que los que entendieron lo expliquen de nuevo. Pero antes les solicita que escriban sus ideas en su cuaderno, y luego expliquen a los demás. Guía la discusión, pidiendo argumentos a lo realizado: por qué la multiplicación por 2 y por qué la división por 2. Les pregunta “¿es una casualidad?” Una explicación que surge es “No cambia el número total de personas”. El profesor anota en pizarra “No cambia el número total”, y comenta “Es muy importante”	“No cambia el número total de personas” (video 3 de 8): Empieza 10:44, duración 2:00
El profesor establece el problema del día: buscar nuevas expresiones para la misma situación, desde la expresión inicial 24x15. Guía la discusión, y tras el hallazgo de la expresión 6x60, él cuestiona y dice ¿Cómo encontramos 6x60? El profesor promueve que los pensamientos de los alumnos se verbalicen y les indica que expliquen a sus compañeros más cercanos, que dialoguen entre ellos.	¿Cómo se encontró 6x60? (video 4 de 8): Empieza 14:14, duración 2:00

Después de explicaciones en la pizarra de los niños, el profesor les pide que escriban sus ideas en el cuaderno: la expresión, el esquema, todo lo posible. El profesor camina alrededor de la sala, contesta dudas, chequea cuáles niños han escrito sus ideas, quiénes saben cómo hacerlo y quiénes aún no. "Tengo una pregunta profesor": Algunos alumnos discuten entre sí la posibilidad de dividir 15 en 2, otro da como resultado 7,5. El profesor se acerca y acuerda que "No se puede cortar la persona". El video clip muestra esta última intervención.	"Tengo una pregunta profesor" (video 5 de 8): Empieza 22:32, duración 1:23
Se encuentra la nueva expresión 3x120. El profesor pregunta la razón de esta nueva expresión. Un alumno explica utilizando el lenguaje matemático: multiplicando y multiplicador. El profesor les insta a observar "aquí :2, :2, :2, :3 … ¿Qué raro, no? x2, x2, x2 , x3 … ¿Está bien?"	Multiplicando y multiplicador (video 6 de 8): Empieza 27:48, duración 2:03
Surge la nueva expresión 1x360, un alumno destaca que desde la expresión 3x120 se usó el número 3 tanto para dividir como para multiplicar, y que en las expresiones anteriores encontradas habían usado sólo el 2. El profesor ratifica esta observación y destaca que es un muy buen ejemplo, enfatizando que se puede usar cualquier número y no sólo el 2 para buscar nuevas expresiones.	Nueva expresión: 1x360 (video 7 de 8): Empieza 31:39, duración 1:45
El alumno Kyoji propone una nueva expresión: 48x7,5 Varios alumnos se oponen, el profesor los anima a comprender el pensamiento de Kyoji. Un alumno exclama que si divide 15 en 2 significara dividir una persona en dos. El profesor aclara que si sólo se trabaja con números no hay problema, pero en esta situación hay personas. El alumno explica el significado de su propuesta que no divide personas: "en las primeras 7 columnas se sientan 24 personas por fila y luego en la 8va columna se sientan sólo 24 personas." El profesor quiso resumir anteriormente la clase. Pero optó por permitir la discusión de la idea de 7,5. En el minuto final indica que en la clase siguiente seguirán.	"¡No quiero ser asesino!" (video 8 de 8): Empieza 34:48, duración 6:17

Discusión sobre la primera clase

El profesor comenta que había pensado que surgirían los números decimales, y lo tenia pensado como continuación de la clase. Suponía esta reacción.

Los alumnos no aprenden solo en la escuela sino también en los institutos. En la siguiente clase no sigo con ese tema. No quiero que los alumnos que saben decimales tomen la iniciativa. La multiplicación continúa en 5º grado. Adopté esta situación de teatro con intención, pues es difícil que salga de ellos.

Pregunta: Sr. Seiyama, en la clase un alumno levantaba la mano y sabía mucho. Si un alumno sabe la respuesta, tiene algún conocimiento, y luego lo cambia y pone la respuesta del profesor… ¿qué hace usted?

> Bueno, el objetivo es que los niños entiendan las propiedades de la multiplicación. Encontrar el cálculo usando decimales significa que entiende, por lo que no está mal. Sin embargo, no puedo dejar que salga a dar su explicación porque ello causa confusión a los otros niños. Siempre tenemos niños que van adelante, pero no puedo dar la iniciativa a esos niños.
>
> No sé si él borró lo que escribió porque consideraba que era o no correcto. Tengo que conversar con él. Lo importante es que él entienda la propiedad que trabajamos. Lo ideal es que yo hubiera estado allí y le hubiese preguntado, pero no llegué a hacerlo.
>
> Bueno, es común que en cada hora de clases surjan niños como él. Sin embargo, en los colegios comunes, a los alumnos de este grado no se les requiere el conocimiento de los números decimales. El niño hizo un adecuado proceso.

Pregunta: El problema fue bien elegido, porque el número tiene distintos divisores.

> El contenido de esta clase, propiedades de la multiplicación. Si multiplico y divido por dos… pero no sale en la norma de enseñanza.
>
> El objetivo es hacer bien el cálculo de cifras de dos dígitos. O sea, ya ellos saben muy bien calcular. Yo quería que profundicen en matemáticas, yo hice el material.
>
> Para la siguiente clase, pretendo que ellos sepan usar las propiedades,

6 x 60 puede ser mental, luego puede calcular 120 x 3.

Pregunta: ¿Cómo usa la pizarra?

Toda la clase está en la pizarra. En los cuadernos hay producciones de los niños, y no solo lo que aparece en pizarra. El objeto principal del uso de pizarra es que los alumnos aprendan bien. Por lo que uso la pizarra para que visualicen las ideas, escribo usando dibujos y frases. Varias veces discutí con los niños. Escribí los puntos importantes del debate. Así entenderán mejor. Escuchando se entienden. El ver, facilita y ayuda a encontrar el siguiente paso. También pido que escriban lo mismo en su cuaderno para que aseguren lo aprendido, visto y oído. Un ciclo. Escuchar con el oído, asegurarse con la vista.

Pregunta: ¿Cómo prepara su clase?

Tengo el plan de clase. Yo hice clases anteriores del mismo tema. Esta es una continuación de ellas. No crean que siempre escribe el plan.

Esta actividad permitirá a los alumnos factorizar, eso lo sabían desde antes. Ellos antes ya habían aprendido la descomposición de los números, sin embargo es primera vez que ellos ven dos ecuaciones.

Así se da por terminada la discusión sobre la primera clase.

3. LA CLASE 2: ESTRATEGIAS PARA MULTIPLICAR

Los momentos de la Clase

Tabla 14.3: Estrategias de Multiplicación 3er Grado. Profesor: Takao Seiyama
Enero 20, 2008. Escuela Anexa de Tsukuba, Tokio, Japón. Clase 2 de 3

Tiempo	Largo	Episodio
1:54	4:12	**INTRODUCCION [4 min 12 seg]** El profesor recapitula el problema de la clase previa. 24x15, 12x30 y 6x60
6:06	1:53	**ACTIVIDAD INTRODUCTORIA DE LA CLASE A [1 min 53 seg]** Si hay 6 personas en una fila, entonces ¿cuántas columnas habrán?, “Explíquense entre ustedes”
7:59	2:56	**DISCUSIÓN INTRODUCTORIA A [15 min 36 seg]** ¿Quiénes pensaron 30x2?
10:55	0:48	¿Quiénes pensaron 15x4? Alumno explica que 15x2x2 es 15x4 y cómo convierte 24x15 a 6x60
11:43	0:51	“Mirando el 15” Alumno ocupa la frase
12:34	2:16	¿Cuál es la razón? “Ayer descubrimos 6x60 pero hoy descubrimos multiplicar por 4 y dividir en 4”

14:50	2:46	Alumno explica expresión 1x360 e indica la nueva expresión 10x36
17:36	0:22	“Vamos a ver las respuestas de estas expresiones” los niños exclaman ¡360!
17:58	0:45	¿Cómo descubrieron esta expresión?
18:43	1:08	Piensen un minuto. Pueden aconsejarse entre Uds. les dice el profesor
19:51	1:35	Multiplico por 6 y divido en 6
21:26	1:36	Alumno Yoshiyuky repite al curso su explicación anterior.
23:02	0:33	Tabla del 6 y tabla del 3
23:35	1:05	**ACTIVIDAD INTRODUCTORIA DE LA CLASE B [3 min 53 seg]** Buscar una nueva expresión para 24x15 por sí mismos.
24:40	0:57	**Escriban sus ideas en sus cuadernos.**
25:37	1:22	**Piensen usando lo aprendido anteriormente.**
26:59	0:29	**Levanten las manos quienes encontraron una expresión nueva.**
27:28	1:47	**DISCUSIÓN INTRODUCTORIA B [8 min 47 seg]** ¿Cómo encuentro la nueva expresión? pregunta el profesor
29:15	0:36	Vamos a decirlo juntos: ¡72!
29:51	0:38	**Nuevas Expresiones** encuentran los niños y las indican: 72x5, 2x180
30:29	0:24	**Nueva Expresión Decimal: 96x3.25.** Profesor aclara que para el cálculo esta bien pero no es apropiada para la situación con personas.
30:53	1:20	**Nuevas Expresiones:** 360x1, 45x8, 40x9, 120x3
32:13	3:45	**¿Cómo convertir la expresión en su forma más simple para hacer más fácil el cálculo?** Pregunta el profesor.
35:58	0:17	**1x360,** ¡Son muchos! (los niños que elijen 1x360 como la expresión más fácil de calcular mentalmente)
36:15	2:10	**ACTIVIDAD DE LA CLASE [2 min 10 seg]** **Buscar otras expresiones** para la nueva situación: 28x25. Desarrollo de la solución por sí mismos.
38:25	1:19	**DISCUSIÓN [3 min 16 seg]** **Nuevas Expresiones,** un niño sugiere una nueva distribución, 1x700, 100x7
39:44	0:27	**Otras Expresiones,**14x50, 100x7
40:11	1:30	**¿Cómo encontraron 7x100?** Alumna explica en pizarra que usó x2 y ÷2
41:41	0:32	**RESUMEN [1 min 22 seg]** Alumna Megumi usa dividir en 4 y luego multiplicar por 4 para transformar la expresión 28x25 a 7x100,
42:13	0:49	Profesor indica que se puede hacer por el cálculo vertical pero que hoy aprendieron la técnica de descomponer una expresión, multiplicando por 2 y dividiendo en 2, o multiplicar por 4 y dividir en 4.
43:02	0:24	**Terminamos**
43:26		**FIN y CRÉDITOS**

Los episodios de la clase

Tabla 14.4:. Los episodios de la clase

Descripción del Video Clip	Tema y duración
El profesor Seiyama realiza una recapitulación de la clase previa en la pizarra. El comienza colocando la fecha y el número de la clase de matemática. Luego resume la clase anterior presentando en la pizarra el problema, el avance y sus resoluciones. El profesor ocupa esquemas (cartulinas con puntos) y tarjetas de cartulina escritas con la expresión 24x15, 12x30… El Sr. Seiyama organiza ordenadamente las ideas vistas la clase anterior sobre la pizarra; ocupa tiza blanca y dibuja recuadros, flechas, círculos para destacar las ideas. Para recordar la expresión 6x60, coloca el esquema y les pide “Explíquense entre ustedes”, y los niños comienzan a comunicar sus ideas entre ellos.	El Problema de la clase anterior (video 1 de 5): Empieza 2:05, duración 4:10
El profesor pregunta a la clase ¿Quiénes pensaron 15x4? Salen a la pizarra a explicar tres alumnos consecutivamente. El primero de ellos explica en forma concreta, basándose en los esquemas de puntos que el profesor ha dispuesto en la pizarra. Otro alumno explica, sin basarse en los esquemas, que 15x2x2 en su forma abreviada es 15x4 y como convierte 24x15 a 6x60. La tercera alumna ocupa una idea similar.	¿Quién puede explicarlo…? (video 2 de 5): Empieza 09:44, duración 01:54
El profesor frente a un error del alumno que explica en la pizarra al curso, no lo descalifica ni a él ni a su idea. Los alumnos opinan en voz alta, que el argumento de su compañero de “0 personas es raro”, pues están trabajando siempre con 360 personas. El profesor Seiyama si bien brevemente aclara el error, centra su objetivo en la búsqueda de relaciones numéricas, y en los argumentos correctos del alumno y avanza en la clase.	“0 personas es raro” (video 3 de 5): Empieza 21:22, duración 02:16
El profesor Seiyama solicita otra nueva expresión, pregunta ¿Cómo encuentro la nueva expresión? Los alumnos comunican sus ideas a la clase, mientras alumnos y profesor les escuchan atentamente. El profesor escribe la expresión de una alumna e invita a los alumnos a participar entregando sus razones de esta nueva expresión. El profesor escribe y reitera las razones matemáticas que van surgiendo de los niños.	¿Cómo encuentro la nueva expresión? (video 4 de 5): Empieza 27:0, duración 30:0

A la vez que el profesor maneja el tiempo de la clase y lo comunica a los alumnos, también les solicita resolver el último problema. Les insiste en ocupar lo aprendido, de observar en la pizarra las expresiones encontradas y descomponer la nueva expresión para hacer el cálculo más fácil sin ocupar el cálculo vertical de la multiplicación. Nótese que el profesor no borra la pizarra, pese a no tener mucho espacio, busca uno pequeño, dibuja un recuadro y en él escribe el nuevo problema (una expresión distinta).	"Para hacer más fácil el cálculo" (video 5 de 5): Empieza 32:19, duración 4:02

Discusión sobre la segunda Clase

Pregunta: ¿Cuál era el objetivo?

Aplicar la propiedad de recomponer para facilitar el cálculo de 28x25 a 7x100, pero era muy difícil por lo que volví.

El mundo de la multiplicación se está ampliando en los niños. Estoy investigando. Espero que los niños sean flexibles. Yo quiero escuchar la explicación de los niños de su parte.

Por ello aquella situación de teatro, filas y sillas,... Mañana será la tercera clase del tema y el último objetivo es que los niños puedan elaborar alguna pregunta. La estrategia permite ir a las cifras. Esto no resulta con cualquiera. Para llegar a 100 el ideal es 25. Así que espero que los niños construyan la pregunta. Propongan una operación con cifra complicada y busquen una expresión más simple.

Por supuesto que después de comprender bien el concepto, que creen ellos. Los niños usaron luego 25x 16, 25x24, es decir usaron múltiplos de 4. Si ellos hacen estas ecuaciones significa que entendieron bien.

Pregunta: Se considera en algún minuto el contexto. El niño dio como solución 1x360, pero usted le dijo que era poco probable. Se rió de la situación.

En la situación que puse eso era imposible. Sin embargo, yo reconocí al niño que había hecho eso. Para mí es algo sorprendente. Ello tiene significado matemáticamente, pero en una situación es imposible. Pueden aceptar una situación matemática y diferenciarla de la realidad. Yo pasaba la escena de teatro y volvía a la situación de multiplicación. Si somos capaces de manejar las dos situaciones como profesor y alumno es muy bueno.

Todo es ordenado. Así que esa era la fila para entrar al teatro. Sacar estos temas, con esta ecuación es significativo.

Pregunta: ¿Los niños deben saber que de 5 se llega a 10, y de 25 a 100?

Creo que sí. Espero que sea así.

28x25 y 7x100, en esa ecuación los niños sabían que uno era más fácil que el otro, los niños saben que deben llegar al 100.

Los niños saben algunas multiplicaciones. Saben el porqué de añadir ceros y multiplicar por 100. También es fácil 70x10, depende mucho de las cifras. Es más natural. Por supuesto que es posible que algunos niños aun no entiendan, así que debo retomarlo mañana.

Pregunta: ¿Cuál es su técnica del uso de los colores en la pizarra?

Hablo de pizarra, yo usaba hojas con esquemas y hojas con expresiones. Si hay necesidad de moverlos, siempre es posible. Es bueno usar tarjetas. Es mejor ordenar. Si hay necesidad de incluir la opinión de los niños uso tarjeta. Guardo tarjetas en blanco. Y tengo que escribir siempre lo que dicen los niños. Si yo escribo de antemano, los niños dicen que el profesor induce. Los niños son espontáneos. Salía un orden natural y faltaban expresiones.

Respeto el orden de los niños. Si sale primero, escribo en la primera tarjeta... tuve que poner la tarjeta 48x7,5 arriba, que no esperaba colocar, pero me gustaba que fuera en ese lugar. Ello me lo permite la tarjeta.

La hoja grande, los niños esperaban que yo la cortara. Así, si creo que va a haber cambios, prefiero el uso de la tarjeta.

En cuanto a los colores, básicamente escribo en blanco. Lo importante lo escribo en otro color, depende del profesor. Yo reservo el rojo para lo importante, para las ideas de los niños, amarillo. Uso otros colores, pero no con una regularidad preestablecida.

Pregunta: ¿Qué propiedad intenta mostrar? Parece que la conmutatividad no se usa para calcular rápidamente, pero ¿se usa en contexto?

Si, no se usa, pero es importante y la enseño. Por ejemplo, el área de un rectángulo, da lo mismo. No explicamos de esa forma. Un niño escribió 25x3x4 y calculo 25x4x3. Allí tiene un uso, yo preparo situaciones para la conmutatividad y distributividad.

Este conocimiento, aunque no está en el libro de texto, servirá para la multiplicación de decimales. Tener la sensibilidad de ver el 25 e imaginar por 4. No sé por qué el texto no habla de este tema. En cuanto a la división, sí lo hace.

Con esta intervención, el profesor Seiyama cierra la discusión. Hace dos comentarios sobre artículos que ha escrito en relación a la enseñanza de la multiplicación en revistas para profesores, haciendo notar que el enfoque de enseñanza asumido será de utilidad para el estudiante en el desarrollo del pensamiento proporcional.

4. LA CLASE 3: ESTRATEGIAS PARA MULTIPLICAR

Los momentos de la Clase

Tabla 14.5: Estrategias de Multiplicación 3er Grado Profesor: Takao Seiyama
Enero 21, 2008. Escuela Anexa de Tsukuba, Tokio, Japón. Clase 3 de 3

Tiempo	Largo	Episodio
0:12	4:41	**INTRODUCCION [9 min 49 seg]** **Cálculo vertical de la multiplicación de 28x25:** El profesor comienza colocando sobre la pizarra una tarjeta con la operación 28x25, ya trabajado la clase anterior. Cada alumno debe realizar el cálculo vertical de 28x25 en su cuaderno. El profesor enfatiza que en las clases previas han aprendido a cambiar la forma de la expresión, para hacer el cálculo más sencillo, con menos dificultad.
4:53	0:34	**Nuevas formas para la expresión 28x25.** ¿Hay otras formas? Los alumnos escuchan atentamente la idea de Takashi.
5:27	1:40	**¿Quién entiende como lo hizo su compañero? ¿Podrían explicarlo a sus compañeros?** El profesor detecta por las manos en alto de los alumnos, que entienden, y entonces los insta a comunicarse entre ellos su comprensión.
7:07	1:13	**Repita su explicación:** Otro alumno explica pero con un error, el profesor le aclara y le pide que repita su explicación. El profesor recapitula de las respuestas que dan los niños: 14 se obtuvo de 28:2 y 50 se obtuvo de 25x2
8:20	1:30	**Cálculo de la multiplicación 14x50 en cuaderno.** El profesor pide nuevamente el algoritmo en el cuaderno. Tras el cálculo, muchos niños levantan la mano, el profesor les dice que si todos lo hicieron correctamente "Me impresiona mucho".
9:50	0:11	**Más fácil:** "Es mejor convertir 28x25 en una expresión más fácil" resume el profesor.
10:01	1:06	**ACTIVIDAD DE LA CLASE [1 min 06 seg]** Buscar y explicitar estrategias de cálculo mental que facilitan el cálculo vertical de la multiplicación.

11:07	0:46	**DISCUSIÓN [primera: 10 min 03 seg]** Alumnos escriben en sus cuadernos "Estrategia para Calcular". **¿Con qué números se hace fácil el cálculo?** Es la primera pregunta del profesor.
11:53	1:10	**"…Número que tiene ceros en las últimas cifras" "…Número redondo"**
13:03	1:04	**"…Me gusta el 7x100, un número con una cifra"**
14:07	0:53	**Un alumno es contrario a la idea planteada y explica porqué.** "A mí me parece que no es más fácil el número de una cifra para calcular."
15:00	1:32	**"Número cuya unidad es cero", "Número redondo"** son las respuestas de otros niños.
16:32	0:44	**"Obtener la respuesta sin calcular"** concluye un alumno.
17:16	0:59	**¿Cuál es esa expresión en que podemos obtener la respuesta sin calcular?**, plantea el profesor.
18:15	2:55	**700x1 responde un alumno, y expresiones con números redondos** comienzan a surgir como ejemplos.
21:10	1:23	**DISCUSIÓN [segunda: 13 min 56 seg]** **¿Cómo podemos formar esos números?** Es la segunda pregunta del profesor, y les pide que escriban sus ideas en sus cuadernos, les estimula a trabajar sin temor a equivocarse. Para ello estipula 3 minutos.
22:33	3:21	**Explicarlo con palabras**. El profesor sugiere: "imagine que lo explica a un alumno del otro curso. ¿Cómo pueden explicarlo?"
25:54	1:00	**"Por ejemplo…"** Al explicar una niña comienza "Por ejemplo en el caso de 28x25…"
26:54	0:46	**"Utilizando la multiplicación y la división…"** luego, al explicar establece las operaciones.
27:40	0:57	**"… el mismo número"** un niño explica que al dividir por un número a un lado de la expresión al otro lado multiplica por el mismo.
28:37	0:28	**¡ENTENDÍ!** exclama un alumno, mientras el profesor plantea la pregunta ¿Qué relación hay entre el divisor y el multiplicador? ¿Cómo son?
29:05	0:33	**"Iguales"** responden algunos niños frente a la pregunta del profesor ¿El divisor y el multiplicador son…?
29:38	1:14	**"lo convierto en número redondo para calcular"** explica una niña, el profesor dice a todos que es una buena explicación.
30:52	2:12	**"Multiplicar y dividir por el mismo número para que la cifra de la unidad sea cero…",** una alumna lee de su resumen en el cuaderno.
33:04	2:02	**¿Podría resumirlo en su cuaderno?** Pide el profesor a toda la clase tras la lectura de la alumna, y da 2 minutos.
35:06	0:30	**OTRAS EXPRESIONES [4 min 35 seg]** **Con la estrategia descubierta, los niños deben calcular la expresión 48x25**
35:36	1:57	**Compartir las ideas con los compañeros,** sugiere el profesor a la clase.
37:33	2:08	**Muchos alumnos levantan sus manos para decir sus ideas.** Surgen nuevas expresiones: 24x50, 6x200, 12x100, 1200x1, 3x400, 40x30.

39:41	1:13	**RESUMEN [1 min 13 seg]** **12x100 es fácil**, todas las expresiones son fáciles, pero ¿por qué son fáciles? plantea el profesor. Una alumna responde que tienen x2 y ÷2.
40:54	0:02	**Terminamos**
40:56	0:13	**FIN y CRÉDITOS**

Los episodios de la clase

Tabla 14.6: Episodios de la tercera clase

Descripción del Video Clip	Tema y duración
El profesor Seiyama comienza colocando sobre la pizarra una tarjeta escrita con una multiplicación, ya trabajada al final de la clase previa. Y estipula que en dos minutos cada alumno realice el cálculo vertical de 28x25 en su cuaderno. El profesor enfatiza que en las clases anteriores han aprendido a cambiar la forma de la expresión, para hacer el cálculo más sencillo, con menos dificultad, y pregunta cómo hacerlo sin dificultad. El video muestra la pregunta del profesor y la respuesta con la expresión transformada, y la participación de los niños con la que el profesor evalúa la comprensión.	"Más fácil que el cálculo vertical" (video 1 de 8): Empieza 2:58, duración 1:22
En este video se muestra una parte de la clase japonesa típica en la que la componente comprensión se desarrolla a través del lenguaje con los otros. Un alumno explica cómo transforma la expresión 28x25 a 14x50. Los alumnos escuchan atentamente su idea. El profesor pregunta a la clase si alguien entendió cómo lo hizo el alumno, y si pueden explicarlo a sus compañeros. Los niños comentan entre ellos lo entendido individualmente. Para asegurarse de un buen diálogo, el profesor les pide que lo conversen aún con más detalle. Finalmente solicita "expliquen a todos lo que han explicado a sus compañeros".	¿Quién entiende cómo lo hizo? (video 2 de 8): Empieza 06:04, duración 1:04
En la búsqueda y comunicación sobre las estrategias de cálculo mental que facilitan el cálculo vertical de la multiplicación, el profesor plantea la primera pregunta a la clase: ¿Con qué números se hace fácil el cálculo? Los alumnos verbalizan las características de los números con los que han trabajado: "…Número que tiene ceros en las últimas cifras", "…Número redondo", "…Número de una sola cifra". El profesor escribe las frases de los niños en la pizarra.	¿Con qué números se hace fácil? (video 3 de 8): Empieza 11:10, duración 2:53

Parte del esfuerzo de los niños en la resolución de problemas son sus errores. Si los niños comparten sus errores con los demás, ganan experiencia, y a la vez encuentran nuevas soluciones mediante el trabajo conjunto con sus pares. Este video clip muestra parte de la clase que les permite a los alumnos realizar sus intentos y comunicarlos sin miedo al fracaso. Al discutir las ideas con sus pares y hacer descubrimientos interesantes, los estudiantes tienen más oportunidad de tener éxito.	"A mí me parece que no …" (video 4 de 8): Empieza 14:11, duración 1:03
El profesor plantea la segunda pregunta de la clase: ¿Cómo podemos formar esos números? El profesor permite a los estudiantes reflexionar al escribir las ideas personales y al conversarlas con sus vecinos.Pide que escriban sus ideas en sus cuadernos con sus palabras, les estimula a trabajar sin temor a equivocarse, y para ello estipula 3 minutos. Les propone que imaginen que un alumno del otro curso les pregunta, entonces deben explicarle y enseñarle.	¿Cómo podemos formar esos números? (video 5 de 8): Empieza 21:43, duración 3:54
En este video clip y en el anterior (4), note que el profesor promueve la expresión del pensamiento matemático y permite a los estudiantes trabajar su proceso de reflexión individualmente y entre los pares. En este video clip los niños verbalizan sus reflexiones escritas anteriormente. Al explicar una niña comienza "Por ejemplo en el caso de 28x25…" y luego explica "Utilizando la multiplicación y la división…", ambas frases son repetidas y ensalzadas por el profesor. El profesor pide las opiniones de los alumnos y solicita explícitamente que le digan lo que piensan.	"Por ejemplo…" (video 6 de 8): Empieza 26:01, duración 2:42
Para que los niños ocupen la estrategia descubierta, discutida y explicada entre ellos, y ya escrita con sus propias palabras en sus cuadernos. El profesor coloca sobre la pizarra una nueva tarjeta con la expresión 48x25. Para asegurar la comprensión y trabajo individual de todos los alumnos, el profesor les recuerda que serán elegidos para indicar el resultado tanto los niños que levantan la mano como los que no la levantan.	"Los que no levantan la mano…" (video 7 de 8): Empieza 34:45, duración 2:59
Todas las ideas son muy fáciles exclama el profesor al escribir las ideas de las nuevas expresiones propuestas por los niños al resolver individualmente 48x25, y plantea, "Pero, ¿porqué son fáciles?". Tras cerciorarse de la comprensión de los niños por la cantidad de manos levantadas, y para asegurarse que todos perciban que se expresaron en la clase, les pide que juntos digan el resultado de la expresión 48x25, los niños corean "¡1200!".	"Todas las ideas son muy fáciles" (video 8 de 8): Empieza 39:41, duración 1:12

Discusión sobre la Tercera Clase

Pregunta: ¿Cuál fue su objetivo de esta clase?

En la clase anterior no llegué a la razón del cambio. Los niños aun no sabían comunicar el por qué y, más o menos, sabían expresarlo.

Como intención lo dejé para la primera parte de la clase. Todos hacían el cálculo vertical, y les pedí que ellos verificaran el cálculo por el camino fácil.

La habilidad de calcular con número fácil, lo sabían. Saben transformar pero con qué objetivo… y dijeron que el número en que su último dígito sea cero.

Se avanzó en espiral. El 40% entendía ayer, hoy el 80 a 90%. Me parecía que llegaron.

Tocó el timbre. Puse una pregunta y pedí que levantaran la mano los que sabían la respuesta. La mayoría respondió en la clase. Si hubiese sido la mitad, prepararía otro tipo de clase. Si no hubiera un 80% tendría que reflexionar, qué causas pudo haber.

Pregunta: ¿Usted esperaba esa expresión que apareció y que usted destacó?

Yo la tenía preparada, 12x100. La idea es que lleguen a solucionar problemas por sí mismos. Quería avanzar poco a poco.

Comentario del que pregunta: "Habíamos visto clases, pero no un proceso, incluyendo evaluación."

Quizás podría no ser el tema para el nivel de 3er grado. Quizás había algo muy abstracto, quizás hice pensar mucho a los niños. Quizás debo adaptar el método.

A veces hago entrevista a 2 o 3 alumnos. Por ejemplo los niños dirían, sé que hay que dividir y multiplicar por 2 pero no sé cómo transformar. Antes de tomar una medida, debo identificar el fracaso. Quizás, usaría números más pequeños.

Pregunta: ¿Puso énfasis en la expresión (meta cognición)?

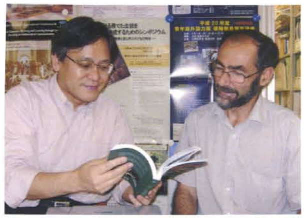
Fomentar la capacidad de expresarse es importante. Porque la capacidad de expresar, opinar, comunicar esta ligada con el pensar. Tener varias maneras de pensar es positivo. Uno a través del dibujo se expresa. Es mi creencia que van en paralelo.

Desde la meta cognición, Teoría de Vygotsky o Chomski (lingüista), las justificaciones o argumentaciones de los niños son descripciones o ejemplos. Hay profesores que sólo escriben la respuesta correcta de los alumnos en la pizarra. Y los niños son sensibles y piensan, mejor no digo nada… Y se pierde la voluntad de expresar. Si piensan “el profesor me escucha”, entonces puedo llenar de este ambiente la clase, los niños del aula se desarrollarán sanos. Supongamos que un niño tiene una idea y tiene ganas de decirla y no sabe cómo expresarlo, intenta comunicarlo a otros y no llega. El niño tiene voluntad, y aprende el método de comunicar, eso es lo primero.

Los libros me ayudan bastante, sin embargo paso más con los niños, intentando observar. Por ejemplo si un niño explica su idea, le pido a un niño B que la explique y quizás él no pueda. Los niños dicen que sí entendieron a sus compañeros, puede que digan que sí, puede que ellos creen que han entendido, pero no es la realidad. Si ha entendido bien, podrán explicar a los demás niños.

Pregunta: ¿Existe un listado mínimo de condiciones establecido oficialmente?

Multiplicar por 4 y dividir por 4. Esperaba que nombraran alguna propiedad, como la idea de inverso. Con esta respuesta, se cierra la discusión de la tercera clase.



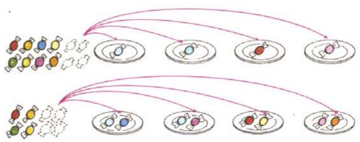
MASAMI ISODA es profesor adjunto de la Universidad de Tsukuba, Japón; Director de la Sociedad de Educación Matemática de Japón; su disciplina principal en Educación Matemática es Matematización desde la Perspectiva Histórica. Su área de trabajo más importante en la actualidad es de cooperación educativa para los países en vías de desarrollo. Él ha estado manejando tres proyectos nacionales por el Ministerio de Educación en Japón y un proyecto internacional por la cooperación económica de Asia y del Pacífico (APEC), y ha estado vinculado a proyectos por la JICA para siete países en vías de desarrollo.

RAIMUNDO OLFOS AYARZA es profesor adjunto de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Secretario General de la Sociedad Chilena de Educación Matemática y Director del Centro de Investigación en Didáctica de la Matemática IREM-PUCV. Sus áreas de especialización en Educación Matemática son Pensamiento Numérico y Algebraico, Desarrollo Curricular y Formación de Profesores. Es revisor en las publicaciones periódicas Journal for Research in Mathematic Education (NCTM), Revista UNION Iberoamericana en Educación Matemática y director de la Revista Chilena de Investigación en Educación Matemática.

Este libro se complementa con material audiovisual disponible en: http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/video/problema

"La publicación de este libro es un evento importantísimo para la comunidad hispano-parlante de Educación Matemática. En estas páginas se nos presenta una oportunidad única para conocer a fondo un enfoque pedagógico exitoso mediante ejemplos detallados de realización de clases dirigidos a desarrollar el pensamiento matemático de los niños. El libro abarca diversos aspectos desde la resolución de problemas -como eje central de la actividad del aula sobre el que se basa el aprendizaje significativo de las matemáticas-, hasta el uso apropiado de la pizarra. Su lectura es obligatoria para pedagogos, investigadores en Educación Matemática, formadores de profesores y profesores, ya que el abordaje de aspectos teóricos y prácticos inspiran líneas de trabajo dignas de ser estudiadas y adaptadas en todo el mundo, tanto en la investigación pedagógica como en la práctica docente y ciertamente en la integración de ambas".

Ph. D. Abraham Arcavi
Instituto Weizmann de Ciencias, Israel



9 789561 704497

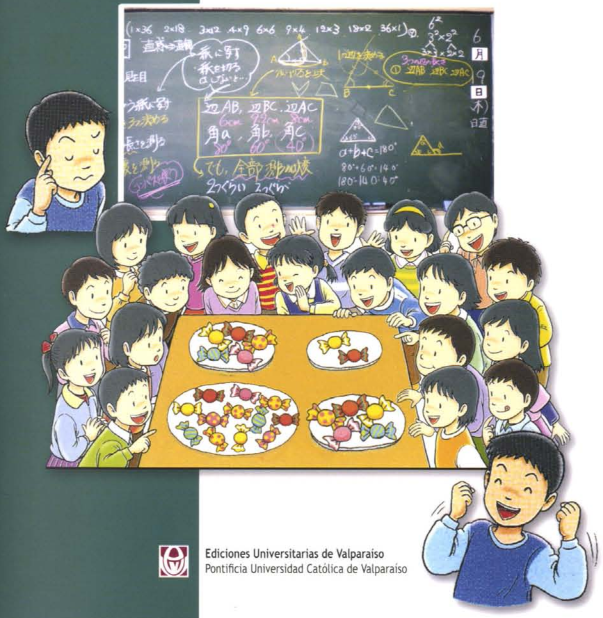
ISODA
OLFOS

EL ENFOQUE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS

El Enfoque de Resolución de Problemas

EN LA ENSEÑANZA DE LA MATEMÁTICA A PARTIR DEL ESTUDIO DE CLASES

Masami Isoda y Raimundo Olfos



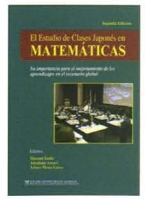
Ediciones Universitarias de Valparaíso
Pontificia Universidad Católica de Valparaíso

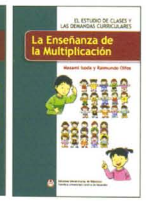
El **Estudio de Clases** se originó en Japón a fines del siglo XIX. Los problemas de final abierto en matemáticas se estudian en Japón ya a inicios de siglo XX. En la década de 1980, se dio a conocer el Estudio de Clases en los EE.UU. en el área de la Educación Matemática a través de un estudio comparativo sobre ***enseñanza de la resolución de problemas***, proyecto dirigido por Tatsuto Miwa (Universidad de Tsukuba) y Jerry Becker (Southern Illinois University). En cada año de ese proyecto, más de 20 investigadores de ambos países se visitaron y observaron la forma de abordar la resolución de problemas en cada país. Todo esto antes de que se expandiera el movimiento del Estudio de Clases en EE.UU. en los años 90.

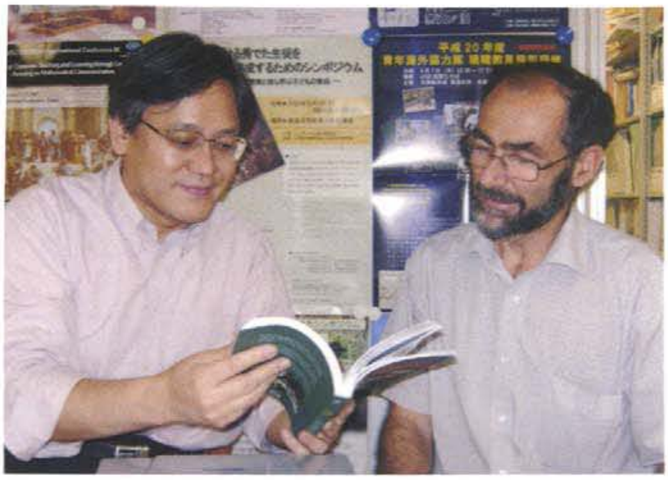
Desde la década de los 90, numerosos países no desarrollados y otros en vías de desarrollo han importado el Estudio de Clases directamente desde Japón a través de la Agencia de Cooperación Internacional JICA (Isoda, Mena y Arcavi, 2008), y así cada año más países se involucran en este movimiento global (White y Lim, 2008).

El Proyecto Estudio de Clases APEC, realizado en el marco del Foro de Cooperación Económica de Asia Pacífico, dirigido por Masami Isoda y Maitree Inprasitha, en el que actualmente participan 21 economías, es el único que integra movimientos de Estudio de Clases en el mundo (http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/apec/). En Chile, la difusión del Estudio de Clases se ha sostenido en las iniciativas del Ministerio de Educación y varias universidades.

OTROS TÍTULOS DE ESTA SERIE







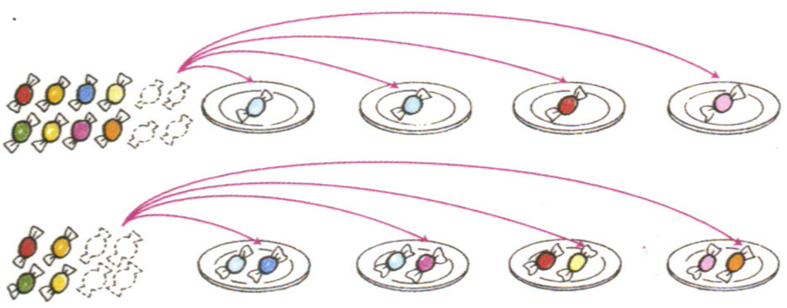
MASAMI ISODA es profesor adjunto de la Universidad de Tsukuba, Japón; Director de la Sociedad de Educación Matemática de Japón; su disciplina principal en Educación Matemática es Matematización desde la Perspectiva Histórica. Su área de trabajo más importante en la actualidad es de cooperación educativa para los países en vías de desarrollo. Él ha estado manejando tres proyectos nacionales por el Ministerio de Educación en Japón y un proyecto internacional por la cooperación económica de Asia y del Pacífico (APEC), y ha estado vinculado a proyectos por la JICA para siete países en vías de desarrollo.

RAIMUNDO OLFOS AYARZA es profesor adjunto de la Pontificia Universidad Católica de Valparaíso, Secretario General de la Sociedad Chilena de Educación Matemática y Director del Centro de Investigación en Didáctica de la Matemática IREM-PUCV. Sus áreas de especialización en Educación Matemática son Pensamiento Numérico y Algebraico, Desarrollo Curricular y Formación de Profesores. Es revisor en las publicaciones periódicas Journal for Research in Mathematic Education (NCTM), Revista UNION Iberoamericana en Educación Matemática y director de la Revista Chilena de Investigación en Educación Matemática.

Este libro se complementa con material audiovisual disponible en: http://www.criced.tsukuba.ac.jp/math/video/problema

"La publicación de este libro es un evento importantísimo para la comunidad hispanoparlante de Educación Matemática. En estas páginas se nos presenta una oportunidad única para conocer a fondo un enfoque pedagógico exitoso mediante ejemplos detallados de realización de clases dirigidos a desarrollar el pensamiento matemático de los niños. El libro abarca diversos aspectos desde la resolución de problemas -como eje central de la actividad del aula sobre el que se basa el aprendizaje significativo de las matemáticas-, hasta el uso apropiado de la pizarra. Su lectura es obligatoria para pedagogos, investigadores en Educación Matemática, formadores de profesores y profesores, ya que el abordaje de aspectos teóricos y prácticos inspiran líneas de trabajo dignas de ser estudiadas y adaptadas en todo el mundo, tanto en la investigación pedagógica como en la práctica docente y ciertamente en la integración de ambas".

Ph. D. Abraham Arcavi
Instituto Weizmann de Ciencias, Israel



9 789561 704497

ISODA
OLFOS

EL ENFOQUE DE RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS